

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1990/91

Mac/April 1991

JAM 002 Matematik II

Masa : [3 jam]

---

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LAPAN muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
- Jawab LIMA soalan. Soalan 1 adalah wajib dan pilih 4 soalan lain. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu..
- Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.
- Alat pengira elektronik (non-programmable) boleh digunakan.

1. (a) Tunjukkan bahawa

$$\binom{k}{r-1} + \binom{k}{r} = \binom{k+1}{r}.$$

(13 markah)

(b) Selesaikan  $\frac{x}{x+4} > 0$ .

(12 markah)

(c) Nyatakan fokus dan direktriks parabola

$$y^2 = \sqrt{7} x.$$

(12 markah)

(d) Dapatkan persamaan elips yang mempunyai fokus  $(\pm 4, 0)$  dan keeksentrikan sama dengan  $\frac{1}{2}$ .

(13 markah)

(e) Kira sudut di antara vektor-vektor

$$\underline{u} = \underline{i} + 2\underline{j} + 3\underline{k} \text{ dan } \underline{v} = -2\underline{i} + 4\underline{j} + 5\underline{k}.$$

(12 markah)

- (f) Jika  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ , kira  $AB$  dan  $BA$ , jika wujud.

(12 markah)

- (g) Dapatkan  $\frac{dy}{dx}$  jika diberi

$$\ln(x^2 + y^2) = 2 \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right).$$

(13 markah)

- (h) Dapatkan

$$\int \frac{y^2 + 4}{y - 4} dy.$$

(13 markah)

2. (a) Cari nilai-nilai  $k$  supaya persamaan  $kx^2 - (k + 2)x - k + 4 = 0$  mempunyai punca-punca nyata.

(20 markah)

- (b) Cari hasil tambah integer positif yang kurang dari 150 dan bukan gandaan 5 atau 7.

(40 markah)

- (c) Tunjukkan bahawa, jika kuasa-kuasa  $x$  yang lebih tinggi dari tiga diabaikan, kembangan bagi  $(1 - x)^{\frac{1}{2}}$  dalam kuasa-kuasa  $x$  yang menaik adalah

$$1 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{16}x^3.$$

Dengan mengambil  $x = \frac{1}{64}$ , gunakan kembangan ini untuk menilaikan  $\sqrt{7}$  tepat kepada lima tempat perpuluhan.

(40 markah)

3. (a) Panjang paksi major suatu elips diketahui bersamaan dengan tiga kali ganda panjang paksi minornya. Kira keeksentrikannya.

(30 markah)

- (b) Suatu titik  $P(x, y)$  bergerak demikian sehingga hasil tambah bagi jarak-  
jarak dari  $P$  ke titik  $(0, 5)$  dan  $(0, -5)$  ialah 20. Dapatkan persamaan bagi lengkungan yang dilalui oleh titik  $P$ .

(30 markah)

- (c) Jika suatu parabola dengan paksi mendatar mempunyai bucu di  $(h, k)$  dan fokusnya terletak disebelah kanan bucu, tunjukkan bahawa persamaan parabola tersebut ialah  $(y - k)^2 = 4a(x - h)$  dengan  $a$  sebagai jarak fokus ke bucu.

(40 markah)

...5/-

4. (a) Nilai-nilai penentu bagi matriks

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & -1 & -3 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

(30 markah)

(b) Dapatkan nilai-nilai  $x$  yang memenuhi persamaan

$$\begin{vmatrix} x - 1 & 3 & -3 \\ -3 & x + 5 & -3 \\ -6 & 6 & x - 4 \end{vmatrix} = 0.$$

(30 markah)

(c) (i) Jika  $B$  ialah sebarang matriks segiempat sama ( $n \times n$ ) dan  $I$  ialah matriks identiti ( $n \times n$ ), tunjukkan bahawa

$$(I - B)(I + B + B^2 + B^3) = I - B^4.$$

(ii) Sekiranya matriks  $B$  di dalam c(i) diberi oleh

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ p & 0 & 0 & 0 \\ q & r & 0 & 0 \\ s & t & u & 0 \end{pmatrix},$$

dapatkan  $B^2$ ,  $B^3$  dan  $B^4$ . Tunjukkan bahawa

$$I - B^4 = I.$$

(iii) Dengan menggunakan keputusan c(i) dan c(ii), kira songsang bagi matriks

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 1 & 0 \\ 7 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

(Petunjuk: Nyatakan C sebagai I - B).

(40 markah)

5. (a) Dapatkan pemalar-pemalar A, B, C dan D supaya

$$\frac{x^2 + 3x - 12}{x^2(x^2 + 6x + 12)} \equiv \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C(2x + 6) + D}{x^2 + 6x + 12}.$$

Seterusnya nilaikan

$$\int \frac{x^2 + 3x - 12}{x^2(x^2 + 6x + 12)} dx.$$

(35 markah)

(b) Nilaikan

(i) 
$$\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{x^2}{1-x^6} dx,$$

(ii) 
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx.$$

(40 markah)

(c) Rantau yang dibatasi oleh lengkungan-lengkungan  $y = x^2$  dan  $y = x$  dikisar mengelilingi paksi-y. Kira isipadu pepejal yang terhasil.

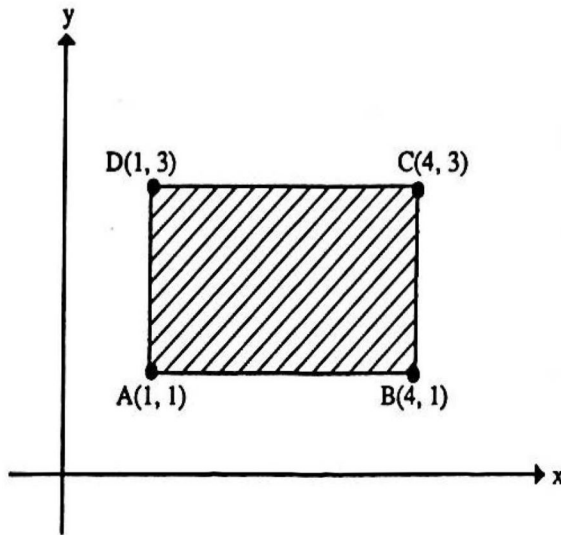
(25 markah)

6. (a) Buktikan secara aruhan bahawa

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{r} a^{n-r} b^r + \dots + \binom{n}{n} b^n.$$

(30 markah)

(b)



Lukiskan kedudukan (pengiraan diperlukan) segiempat di atas selepas mengalami transformasi yang diwakili oleh matriks berikut. Nyatakan juga jenis transformasi yang diwakili oleh transformasi berkenaan

(i)  $T_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$

(ii)  $T_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$

(iii)  $T_1$  diikuti oleh  $T_2.$

(40 markah)

(c) Jika  $\underline{u} = u_1\underline{i} + u_2\underline{j} + u_3\underline{k}$  dan  $\underline{v} = v_1\underline{i} + v_2\underline{j} + v_3\underline{k}$ , tunjukkan bahawa vektor  $\underline{u}$  berserenjang kepada vektor  $\underline{u} \times \underline{v}$ .

(30 markah)

ooooo0ooooo