

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1997/98

Februari 1998

DTM 172 - Kalkulus

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam TIGA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1.(a) Jika $f(x) = \sqrt{x}$ dan $g(x) = \frac{1}{x-1}$, dapatkan

- (i) $(f \circ g)(x)$
- (ii) domain f , g dan $f \circ g$
- (iii) julat f , g dan $f \circ g$

(30/100)

(b) Nilaikan had berikut:

- (i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$
- (ii) $\lim_{x \rightarrow 8^-} \frac{|x - 8|}{x - 8}$
- (iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x \cos x}{\sin^2 x}$

(30/100)

(c) Katakan $f(x) = \frac{x+c}{x+3}$. Cari nilai c supaya $f(3) = f^{-1}(3)$.

(20/100)

...2/-

(d) Diberikan

$$g(x) = \begin{cases} \frac{3x}{2} & \text{jika } x \leq a \\ 3x+5 & \text{jika } x > a, \end{cases}$$

dapatkan nilai a supaya g selanjut pada a .

(20/100)

2.(a) Dapatkan dy / dx bagi yang berikut:

(i) $y = \ln \left| \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} \right|$

(ii) $xe^y = y - 1$

(iii) $y = (6x + 5)^2 (x^2 - 7)^3 (x^2 + 1)$

(30/100)

(b) Tunjukkan bahawa fungsi $y = e^{2x} + e^{-3x}$ memenuhi persamaan $y'' + y' - 6y = 0$.

(20/100)

(c) (i) Dapatkan $\frac{d}{dx} (\cos x)^2$.

(ii) Dengan menggunakan hasil (i) dan kaedah pembeza, anggarkan nilai

$$\left[\cos \left(\frac{\pi}{3} + 0.01 \right) \right]^2$$

(30/100)

(d) Sebuah kotak tanpa tutup dibentuk dengan menggunakan 108 m² bahan kertas. Jika tapak kotak berukuran x meter lebar dan x meter panjang, dan ketinggian kotak ialah h meter,

(i) tunjukkan bahawa isipadu kotak tersebut ialah

$$I = \frac{108x - x^3}{4}$$

(ii) Dapatkan dimensi kotak supaya isipadunya maksimum.

(20/100)

...3/-

3.(a) Kamirkan yang berikut:

(i) $\int_0^1 \frac{e^x}{2e^x + 1} dx$

(ii) $\int \sin \sqrt{x} dx$

(iii) $\int \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} dx$

(30/100)

(b) Kawasan yang dibatasi oleh lengkung $y = x^2$ dan garis lurus $y = x$ dikisarkan mengelilingi paksi-y. Dapatkan isipadu bungkah yang terjana.

(30/100)

(c) Jika f ialah suatu fungsi yang terbezakan dan $\int_0^x f(t) dt = [f(x)]^2$ bagi semua x , dapatkan f .

(20/100)

(d) Jika $f'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ dan $f(0) = 1$, dapatkan $f(1)$.

(20/100)

4.(a) Tuliskan nombor kompleks

$$\frac{(1 - 3i)(3 - 2i)}{(1 - i)(2 + i)}$$

di dalam bentuk $a + ib$, $a, b \in \mathbb{N}$.

(20/100)

(b) Gunakan teorem De Moivre untuk menilaikan $\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6$.

(20/100)

(c) Jika $z = x + yi$ dan $|z^2 - i| = 2$, tunjukkan bahawa $x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 4xy - 3 = 0$.

(30/100)

(d) Tunjukkan bahawa bagi sebarang nombor kompleks z ,

$$|z - 1|^2 + |z + 1|^2 = 2(|z|^2 + 1).$$

(30/100)

-ooo0ooo-

