

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan  
Sidang Akademik 1994/95

Mei/Jun 1995

**JUM 101 - MATEMATIK KEJURUTERAAN 1**

Masa : [ 3 jam ]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 7 muka surat bercetak dan ENAM (6) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

JAWAB LIMA (5) soalan sahaja.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

Mesinkira boleh digunakan.

.../2

- 2 -

1. (a) Diberi

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

(i) Cari songsangan bagi matriks A

(ii) Selesaikan persamaan

$$\begin{aligned} -x + 2y + z &= 2 \\ y - 2z &= -3 \\ x + 4y - z &= 4 \end{aligned}$$

(40%)

(b) Jika  $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 23$ , dapatkan  $\frac{dy}{dx}$  dan  $\frac{d^2y}{dx^2}$  pada titik  $x = -2, y = 3$ .

(30%)

(c) Tentukan sama ada siri yang berikut menumpu atau mencapah:

(i)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{10^n}$

(ii)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 5}{3^n}$

(iii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$

(30%)

.../3

2. (a) Selesaikan setiap kamiran tak tentu berikut:

( i )  $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$

( ii )  $\int x^2 e^x dx$

(iii)  $\int \frac{5x-3}{x^2-2x-3} dx$

(iv)  $\int \frac{\sin(\ln x) dx}{x}$

(40%)

(b) ( i ) Berikan takrif fungsi ganjil dan fungsi genap. Tunjukkan jika  $f(x)$  ialah fungsi genap dan  $g(x)$  ialah fungsi ganjil, maka hasil darab  $f(x)$  dan  $g(x)$  ialah fungsi ganjil.

( ii ) Siri Fourier bagi  $f(x)$  dengan kalaan  $2L$  ditakrifkan sebagai,

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L}$$

dimana

$$a_0 = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) dx ;$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \left( \frac{n\pi x}{L} \right) dx ;$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin \left( \frac{n\pi x}{L} \right) dx ;$$

bagi  $n = 1, 2, 3 \dots$ 

Menggunakan rumus di atas, dapatkan siri Fourier bagi fungsi,

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & -\pi \leq x \leq \pi \\ 0, & \text{lain-lain.} \end{cases}$$

(60%)

.../4

- 4 -

3. (a) Dengan menggunakan Kaedah Newton-Raphson, cari penghampiran punca bagi  $f(x) = x^3 - x - 1$ , dengan memberikan jawapan anda tepat kepada 4 tempat perpuluhan. Anggaplah punca tersebut di antara 1 dan 2.

(30%)

- (b) (i) Jika  $f(x,y) = x \cos y + ye^x$ , cari

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}, \quad \frac{\partial f}{\partial y}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- (ii) Diberi  $V = f(x^2 + y^2)$ , tunjukkan bahawa

$$x \frac{\partial V}{\partial y} - y \frac{\partial V}{\partial x} = 0.$$

(30%)

- (c) Nilaikan setiap Kamiran Tentu berikut:-

(i)  $\int_1^2 (2x - 3)^4 dx$

(ii)  $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$

(iii)  $\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$

(iv)  $\int_0^{2x} \int_{x^2}^{2x} (4x + 2) dy dx$

(40%)

.../5

- 5 -

4. (a) (i) Berikan takrif secara ringkas,  
fungsi  $f$  selanjar pada  $x = c$   
fungsi  $f$  bolehbeza pada  $x = c$ ,
- (ii) Jika  $f(x) = \begin{cases} 7x - 2 & , x \leq 1 \\ kx^2 & , x > 1 \end{cases}$   
dapatkan nilai  $k$  supaya  $f(x)$  selanjar pada semua  
nilai  $x$ .
- (30%)
- (b) Dapatkan  $\frac{dy}{dx}$ , jika
- ( i)  $x^5 + 4xy^3 - y^5 = 2$ .
- ( ii)  $y = \frac{(x-1)(x^2-2x)}{x^4}$
- (iii)  $y = (x^2+1)^3(x-1)^2$
- (30%)
- (c) Jika  $f(x,y) = xy - x^2 - y^2 - 2x - 2y + 4$ , tentukan ekstrema  
bagi  $f$  dan juga titik pelana.
- (40%)

.../6

- 6 -

5. (a) Cari isipadu bongkah  $z = 4 - x^2$  yang dibatasi oleh  $x=0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  dan  $y = 6$ .

(30%)

- (b) Cari had yang berikut (jika wujud)

( i )  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 1}{2n^2 + 5}$

( ii )  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{e^n}$

(iii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

(30%)

- (c) Lakarkan graf bagi fungsi  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 2$  dengan menentukan titik-titik genting bagi nilai ekstremumnya. Nyatakan nilai ekstremumnya dan selang-selang fungsi itu menokok, menyusut, cekung ke atas dan cekung ke bawah.

(40%)

- 7 -

6. (a) Jika  $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$  dan  $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ , cari

( i )  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$

( ii )  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$

(iii) Magnitud dan Kosinus arah  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ .

(30%)

(b) Dapatkan jejari penumpuan dan selang penumpuan bagi  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$

(20%)

(c) Cari titik yang memaksimumkan fungsi  $f(x, y) = 2xy$  yang dikenakan kekangan  $4x + y = 8$ .

(30%)

(d) Nilaikan yang berikut:-

( i )  $\int_0^3 \int_1^2 xy(x+y) dy dx$

(ii)  $\int_2^3 \int_1^5 x^2y dx dy$

(20%)

oooOOOooo

- 1 -

(a) Jika  $a = 1 + 2i - 3k$  dan  $b = 2i + 1 + k$ , hitunglah  $a + b$  dan  $a - b$ .

(i)  $a + b$

(ii)  $a - b$

(iii) Magnitudo dan Kosinus arah  $a + b$

(30%)

(b) Dapatkan jejak, pangkuan dan selang pangkuan bagi  $\sum_{k=1}^n k^2$ .

(30%)

(30%)

(c) Cari titik yang memaksimumkan fungsi  $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 2x + 4y - 1$  dengan menggunakan kaedah Lagrange.

(30%)

(b) Nilakan yang berikut:  
jawab ke bawah dan atas ke bawah.

(40%)

(i)  $\int_0^1 \int_0^1 xy(x+y)dydx$

(ii)  $\int_0^1 \int_0^1 x^2y dx dy$

(30%)

ooooo

**JUM 101**  
**Jadual : Ujian Penumpuan**

Nama	Kenyataan	Catatan
1. Ujian Pencapahan (Divergence Test)	Jika $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k \neq 0$ , maka $\sum a_k$ mencapah.	Jika $\lim_{k \rightarrow +\infty} a_k = 0$ $\sum a_k$ tidak semestinya menumpu.
2. Ujian Kamiran (Integral Test)	Jika $f$ suatu fungsi positif, selanjar dan menyusut bagi $x \geq 1$ , maka siri tak terhingga $f(1) + f(2) + \dots + f(n) + \dots$ $= \sum_{n=1}^{\infty} f(n)$ (i) menumpu jika $\int_1^{\infty} f(x) dx$ menumpu. (ii) mencapah jika $\int_1^{\infty} f(x) dx$ mencapah.	Digunakan jika $f(x)$ senang dikamirkan.
3. Ujian Perbandingan (Comparison Test)	Katakan $\sum a_k$ dan $\sum b_k$ siri-siri sebutan positif. (i) Jika $\sum b_k$ menumpu dan $a_k \leq b_k$ maka $\sum a_k$ menumpu. (ii) Jika $\sum b_k$ mencapah, $a_k \leq b_k$ maka $\sum a_k$ mencapah.	Gunakan ujian ini sebagai cara terakhir. Ujian lain adalah lebih mudah.

Nama	Kenyataan	Catatan
4. Ujian had Perbandingan (Limit Comparison Test)	<p>Katakan <math>\sum a_k</math> dan <math>\sum b_k</math> siri-siri sebutan positif dan</p> $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{a_k}{b_k} = L, L > 0$ <p>Maka,</p> <p>(i) <math>\sum a_k</math> menumpu <b>jhj</b> <math>\sum b_k</math> menumpu.</p> <p>(ii) <math>\sum a_k</math> mencapah <b>jhj</b> <math>\sum b_k</math> mencapah.</p>	<p>Ujian ini lebih mudah dan Ujian Perbandingan tetapi perlu memilih <math>\sum b_k</math> yang sesuai.</p>
5. Ujian Nisbah (Ratio Test)	<p>Katakan <math>\sum a_k</math> satu siri tak terhingga daripada sebutan bukan sifat. Jika; <math>\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{a_{k+1}}{a_k} = \rho</math></p> <p>(i) jika <math>\rho &lt; 1</math>, siri menumpu.</p> <p>(ii) jika <math>\rho &gt; 1</math> atau <math>+\infty</math>, siri mencapah</p> <p>(iii) jika <math>\rho = 1</math>, tiada kesimpulan.</p>	<p>Cuba ujian ini bila <math>a_k</math> melibatkan faktorial atau kuasa k. (kth powers).</p>
6. Ujian Punca (Root Test)	<p>Katakan <math>\sum a_k</math> siri tak terhingga dan positif.</p> $\lim_{k \rightarrow \infty} (a_k)^{1/k} = \rho$ <p>(i) jika <math>\rho &lt; 1</math>, siri menumpu</p> <p>(ii) jika <math>\rho &gt; 1</math> atau <math>+\infty</math>, siri mencapah</p> <p>(iii) jika <math>\rho = 1</math>, tiada kesimpulan</p>	<p>Gunakan apabila <math>a_k</math> melibatkan kuasa k.</p>

Nama	Kenyataan	Catatan
7. Ujian Siri Selang-Seli (Alternating Series Test)	Siri $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots$ dan $-a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - \dots$ menumpu jika (i) $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \dots$ (ii) $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0$	Digunakan jika siri itu selang-seli.
8. Ujian Nisbah bagi penumpuan mutlak. (Ratio Test for absolute convergence).	Katakan $\sum a_k$ siri daripada sebutan bukan sifar, dan $\rho = \lim_{k \rightarrow \infty} \left  \frac{a_{k+1}}{a_k} \right $ Jika, (i) $\rho < 1$ , siri menumpu mutlak (ii) $\rho > 1$ atau $+\infty$ , siri mencapah. (iii) $\rho = 1$ , tiada kesimpulan.	Siri tidak semestinya sebutan positif dan tidak semestinya siri selang-seli.

WF/rd.