

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Tambahan
Sidang Akademik 1994/95

Mei/Jun 1995

JIM 101 - Kalkulus

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
 - Jawab mana-mana **LIMA** soalan. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.
 - Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.
-

...2/-

1. (a) Selesaikan ketaksamaan-ketaksamaan berikut:

(i) $\frac{(x-1)(x+2)}{x+7} > 1$

(ii) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} > 0.$

(35 markah)

(b) Cari $\frac{dy}{dx}$, jika

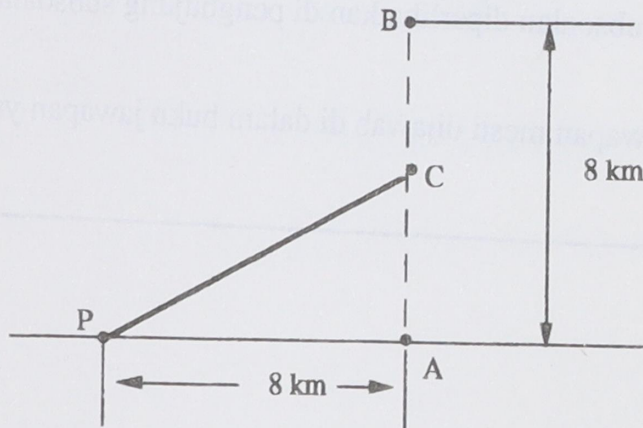
(i) $y = 2^x \cos^{-1} 3x$

(ii) $2x^2 \ln x + 3xy - 5y^2 = 0$

(iii) $y = (3x - 2)^2 e^{2x+3} \cos (2 - x).$

(30 markah)

(c) Seorang lelaki berada di dalam sebuah perahu di titik P, 8 km dari titik di pantai yang terdekat A (lihat rajah di bawah). Ia ingin pergi ke titik B di pesisir pantai yang jaraknya 8 km dari A. Jika ia berkayuh perahunya dengan laju 3 km/j ke arah C dan berjalan dengan kadar 5 km/j ke arah titik B, cari masa perjalanannya yang minimum.



(35 markah)

...3/-

2. (a) Cari had-had berikut jika wujud

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x}$

(ii) $\lim_{x \downarrow 0} x^{2x}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - x - 6)^2}{x - 3}$

(30 markah)

(b) Selesaikan kamiran-kamiran berikut:

(i) $\int \frac{5x + 6}{(x + 2)(1 - x)} dx$

(ii) $\int \frac{dx}{4x^2 + 2x + 1}$

(iii) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{5 + 12 \cos x}$

(iv) $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx$

(40 markah)

(c) Jika x nyata, tunjukkan bahawa ungkapan

$$\frac{(2x - 1)(2x + 5)}{2x - 3}$$

tidak boleh mempunyai nilai-nilai di antara dua nilai tertentu. Dapatkan kedua-dua nilai tersebut.

(30 markah)

3. (a) Diberi fungsi $f(x) = -3x^5 + 5x^3$

Tentukan

(i) titik genting dan jenisnya

(ii) titik lengkok balas jika ada

(iii) selang bagi $f(x)$ cekung ke atas dan cekung ke bawah

(iv) lakarkan graf $f(x)$.

(40 markah)

...4/-

(b) (i) Dapatkan persamaan parabola yang mempunyai bucu (2,1) dan fokus (2,4).

(ii) Cari pusat, bucu, fokus dan persamaan asimptot bagi lengkung $4x^2 - 3y^2 + 8x + 16 = 0$.

(30 markah)

(c) Selesaikan

(i) $\int_0^{\pi/4} e^{3x} \sin 4x \, dx$

(ii) $\int \frac{4x^2}{x^2 + 9} \, dx$

(iii) $\int \frac{x + 3}{\sqrt{4 - x^2}} \, dx$.

(30 markah)

4. (a) Cari luas yang dibatasi oleh lengkung-lengkung $y = x^2 + 3x + 5$ dan $y = -x^2 + 5x + 9$ bagi nilai x di antara -1 dan 4 .

(30 markah)

(b) Jika $f(x) = \begin{cases} x + 6, & x \leq -4 \\ -x - 2, & x > -4 \end{cases}$

(i) Tentukan sama ada f selanjar atau tidak pada $x = -4$.

(ii) Cari $f_-(-4)$ dan $f_+(-4)$ jika wujud.

(iii) Adakah f terbezakan pada $x = -4$?

(40 markah)

(c) Dapatkan lokus bagi z jika

(i) $|z - 3i| = 4$

(ii) $\arg(z + 2) = \frac{3\pi}{4}$.

(30 markah)

5. (a) Katakan $f(x)$ dan $g(x)$ terbezakan pada $x = 2$ dan $f(2) = 3$, $f'(2) = 1$, $g(2) = 7$ dan $g'(2) = -3$. Cari nilai terbitan berikut pada $x = 2$.

(i) $[3f(x) - [g(x)]^3]'$

(ii) $\left[\frac{[g(x)]^2}{f(x) - g(x)} \right]'$

(30 markah)

...5/-

- (b) Buktikan isipadu sebuah kon berjejari tapak r dan tingginya h ialah $\frac{1}{3} \pi r^2 h$.

(30 markah)

- (c) Andaikan fungsi $r = f(\theta)$ tertakrif dan selanjar dalam $[\alpha, \beta]$. Katakan $f(\theta) \geq 0, \forall \theta \in [\alpha, \beta]$. Tunjukkan luas rantau yang dibatasi oleh $f(\theta)$, garis $\theta = \alpha$ dan garis $\theta = \beta$ diberi oleh

$$\frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} [f(\theta)]^2 d\theta.$$

Cari luas rantau yang terkandung dalam lengkung $r = 1 - \sin \theta$.
(40 markah)

6. (a) (i) Nyatakan $\sqrt{5 - 12i}$ dalam bentuk $x + yi$
(ii) Diberi set $S = \{z : |z| = 3\}$ dan set $T = \{z : |z - 3| = 3\}$.

Dapatkan $S \cap T$.

(40 markah)

- (b) Cari panjang lengkok kardioid $r = f(\theta) = 2 - 2 \cos \theta$.
(30 markah)

- (c) Sebuah lampu tergantung setinggi 10 meter di atas sebatang jalan raya mengufuk. Jika seorang lelaki yang tingginya $1\frac{3}{4}$ meter berjalan di atas jalan raya itu menjauhi lampu itu pada kadar 2 meter/saat, berapakah cepat bayangnya memanjang?
(30 markah)

- ooooo0000oooo -