

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Tambahan  
Sidang Akademik 1994/95

Mei/Jun 1995

JIF 414 - Mekanik Kuantum

Masa : [3 jam]

---

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
  - Jawab **SEMUA** soalan. Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.
  - Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.
-

1. (a) Kita perihalkan gelombang de Broglie dengan suatu fungsi matematik tertentu sebagai  $\psi(r, t)$ , seterusnya dengan memberikan sebab pilihlah yang mana satu dari hubungan berikut merupakan kebarangkalian untuk mencerpakan zarah di suatu tempat pada masa tertentu?

- (i) Adakah kebarangkalian tersebut  $\propto \psi^2(r, t)$ .
- (ii) Adakah kebarangkalian tersebut  $\propto |\psi(r, t)|^2$ ? atau
- (iii) Adakah kebarangkalian tersebut  $\propto |\psi^2(r, t)|$ ?
- (iv) Sekiranya  $\psi(y, t) = e^{iEt/\hbar} \sin ky$  dapatkan  $\psi^3(y, t)$  dan  $|\psi(y, t)|^2$ .  
(40 markah)

(b) Jelaskan kenapa prinsip ketakpastian penting dalam memperihalkan sistem kuantum. Katakan suatu atom teruja mengeluarkan tenaga dalam bentuk cahaya apabila kembali ke keadaan dasar. Andaikan purata masa atom dalam keadaan teruja adalah  $10^{-7}$  saat. Dapatkan ketakpastian tenaga foton dan ketakpastian frekuensi foton.

(Diberi  $h = 6.63 \times 10^{-34}$  Js].

(60 markah)

2. (a) Katakan fungsi gelombang suatu sistem berkeadaan pegun ditulis sebagai  $\psi(x, t) = U(x) \exp(-iEt/\hbar)$ . Terbitkan persamaan Schrödinger yang tidak bersandar pada waktu.

(50 markah)

(b) Katakan  $U_1(x, t)$  dan  $U_2(x, t)$  adalah penyelesaian bagi persamaan Schrödinger untuk sesuatu keupayaan  $V(x)$ , seterusnya tunjukkan bahawa gabungan linear  $U(x, t) = b_1 U_1(x, t) + b_2 U_2(x, t)$  adalah penyelesaian bagi persamaan Schrödinger.

[ $b_1$  dan  $b_2$  adalah pemalar].

(50 markah)

3. (a) Terangkan apa yang anda faham tentang kebarangkalian Born. Seterusnya dengan menggunakan hukum keabadian kebarangkalian dan persamaan Schrödinger dalam satu dimensi. Tunjukkan bahawa ketumpatan arus kebarangkalian  $S$  dapat ditulis sebagai

$$S = -(2m)^{-1} i\hbar \left( \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right) \quad (50 \text{ markah})$$

(b) Andaikan fungsi gelombang "zarah bebas" ditulis sebagai

$$\psi(x, t) = A \exp[-i(\omega t - kx)]$$

Tunjukkan bahawa ketumpatan arus kebarangkalian zarah tersebut yang tenaganya E dan momentumnya P adalah

$$S = \text{ketumpatan kebarangkalian} \times \text{halaju.}$$

(50 markah)

4. (a) Perjelaskan dengan terperinci lima postulat mekanik kuantum yang anda ketahui.

(50 markah)

(b) Diberi  $\hat{L}$ ,  $\hat{M}$ ,  $\hat{R}$ ,  $\hat{S}$  dan  $\hat{T}$  adalah operator. Buktikan:

(i)  $(\hat{L}^+)^+ = \hat{L}$

(ii)  $(\hat{L} \hat{M})^+ \equiv \hat{M}^+ \hat{L}^+$

(iii) Sekiranya  $\hat{R}$ ,  $\hat{S}$  dan  $\hat{T}$  merupakan operator Hermitian, lengkapkan pernyataan berikut:

$$(\hat{R} \hat{S} \hat{T})^+ = ?$$

(50 markah)

5. (a) Terangkan apa yang anda faham tentang operator berkomut dan tak berkomut. Sekiranya  $\hat{P}_Y$  dan  $\hat{Y}$  adalah operator bagi momentum dan kedudukan, dapatkan hasil komutator-komutator berikut:

(i)  $[\hat{P}_Y, \hat{Y}^2]$

(ii)  $[\hat{P}_Y^2, \hat{Y}^2]$

(40 markah)

- (b) Katakan suatu zarah dipengaruhi oleh suatu keupayaan  $V$  yang ditentukan oleh had berikut:

$$\begin{aligned} V &= 0 & \text{bagi} & \quad x < 0 \\ V &= V_0 & \text{bagi} & \quad x \geq 0 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan persamaan Schrödinger

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) u = 0$$

dapatkan dalam daerah  $x \geq 0$  ungkapan ketumpatan arus kebarangkalian gelombang datang ( $\hat{j}_i$ ) dan ketumpatan arus kebarangkalian gelombang yang dipantulkan ( $\hat{j}_r$ ). Seterusnya tentukan ketumpatan arus kebarangkalian gelombang terhantar ( $\hat{j}_t$ ) dan jelaskan apa yang anda faham tentang kesan penerowongan.

(60 markah)