

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1996/97

April 1997

DTM 172 - Kalkulus

Masa: [3 jam]

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam DUA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) (i) Nilaikan  $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 - 1}$  jika had ini wujud.
- (ii) Diberi  $f(x) = \begin{cases} 1-x, & x < 0 \\ 2, & x \geq 0 \end{cases}$ . Di manakah  $f(x)$  tidak selanjar? Berikan alasan anda.
- (b) Bezakan fungsi-fungsi berikut terhadap  $x$
- (i)  $y = \cos 2x \cdot \sin^{-1} x^2$                       (ii)  $y = \ln \left[ \frac{(x^2 + 1) \sqrt[3]{x-2}}{(x^3 + x)^4} \right]$
- (iii)  $y = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$                                       (iv)  $x^2 + 2y + e^{2y} + y^2 = 5$
- (c) Diberi  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Cari nilai  $a, b, c$  dan  $d$  jika graf  $f$  mempunyai nilai maksimum 2 pada  $x = -1$  dan nilai minimum  $-1$  pada  $x = 1$ .  
[100/100]
- (a) (i) Rintangan suatu perintang yang berubah dengan perubahan suhu diberi oleh  $R = 3.5 + 0.002T^2$  ohm,  $T$  ialah suhu dalam  $^{\circ}\text{C}$ . Berapakah ralat relatif hampiran rintangan pada suhu  $60^{\circ}$  yang diukur dengan ralat  $\pm 1^{\circ}\text{C}$ ?
- (ii) Tanpa menggunakan buku sifir atau mesin kira, cari nilai hampir kos  $61^{\circ}$ .
- (b) Seorang pekerja mengepam minyak petrol ke dalam suatu tangki selinder berjejari 3 ter. Isipadu minyak bertambah dengan kadar  $0.2$  meter<sup>3</sup>/minut. Berapakah kadar tambahan tinggi minyak dalam tangki tersebut?

...2/-

- (c) Andaikan  $f(x) = x^n$  di mana  $n > 1$  adalah integer.
- (i) Tunjukkan bahawa titik (0,0) adalah titik minimum jika dan hanya jika  $n$  genap.
  - (ii) Tunjukkan bahawa titik (0,0) adalah titik lengkok balas jika dan hanya jika  $n$  ganjil.

[100/100]

3. (a) Nilaikan setiap kamiran berikut.

(i)  $\int (1 + e^{-x})^2 dx$

(ii)  $\int x^2 \tan^{-1} x dx$

(iii)  $\int \frac{1}{x \ln x} dx$

(iv)  $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}} dx$

(b) Sebiji mangkuk yang berbentuk hemisfera dengan jejari  $a$  mengandungi cecair sedalam  $h$  unit. Cari isipadu cecair ini dengan kaedah kamiran.  
[Petunjuk: Gunakan persamaan bulatan yang berpusat di titik  $(0, a)$ ,  $a > 0$ ].

(c)  $A$  ialah kawasan yang dibatasi oleh paksi- $x$ , graf  $y = \cos x$ , garis  $x = 0$  dan  $x = \pi/3$ . Cari isipadu bongkah kisan terhadap paksi- $x$ .

[100/100]

4. (a) (i) Jika  $z = 2 - i$  tuliskan dalam bentuk  $x + yi$ , nombor-nombor kompleks  $(z + iz)^2$  dan  $\left( \frac{z - 2i}{2 + z^2} \right)$ .

(ii) Nyatakan  $1 + \sqrt{3}i$  dalam bentuk kutub, seterusnya nilaikan  $(1 + \sqrt{3}i)^{100}$ .

(b) Cari punca-punca bagi persamaan  $z^3 + 27 = 0$ .

(c) Diberi  $z$  suatu nombor kompleks yang berkeadaan  $|z + 2i| = |z - 1|$ . Lukiskan pada gambarajah Argand lokus titik  $P$  yang mewakili nombor kompleks  $z$  ini.

[100/100]