

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 2003/2004

April 2004

**JIM 213 – Persamaan Pembezaan I**

Masa : 3 jam

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.

Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan ini.

Alat pengira elektronik tak berprogram boleh digunakan.

...2/-

1. (a) Selesaikan persamaan pembezaan

$$\frac{dy}{dx} = y^{\frac{1}{2}}$$

(30 markah)

- (b) Tunjukkan persamaan pembezaan

$$(1 + e^x y + x e^x y) dx + (x e^x + 2) dy = 0$$

adalah tepat. Dengan yang demikian, cari penyelesaian amnya.

(40 markah)

- (c) Selesaikan persamaan pembezaan

$$\frac{dy}{dx} + 3y = 3e^x$$

tertakluk kepada syarat  $y(0) = -3$ .

(30 markah)

2. (a) Terangkan bagaimana anda dapat menukarkan persamaan pembezaan peringkat pertama yang tak linear

$$\frac{dy}{dx} + f(x)y = g(x)y^n, n \neq 0,1$$

kepada bentuk linear.

(30 markah)

- (b) Selesaikan persamaan pembezaan

$$y'' - 2y' + 10y = 0$$

(30 markah)

- (c) Dapatkan suatu persamaan pembezaan linear homogen peringkat kedua jika fungsi

$$1, e^{-4x}$$

membentuk set penyelesaian asasi.

(40 markah)

...3/-

3. (a) Dengan menggunakan kaedah koefisien tak tentu, nyatakan bentuk penyelesaian khusus bagi persamaan tak homogen berikut:

(i)  $y'' + 9y = 2 \cos 3x$

(ii)  $y'' + y' = e^{-x} \cos x + 2x$

[Penyelesaian lengkap tidak diperlukan].

(50 markah)

- (b) Tunjukkan

$$y_1 = x, y_2 = e^x$$

adalah penyelesaian asasi bagi persamaan homogen

$$(1-x)y'' + xy' - y = 0.$$

Seterusnya, dengan menggunakan kaedah perubahan parameter, selesaikan persamaan pembezaan tak homogen

$$(1-x)y'' + xy' - y = 2(x-1)^2 e^{-x}.$$

(50 markah)

4. Diberi matriks

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

- (a) Tunjukkan  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  adalah suatu vektor eigen.

(20 markah)

...4/-

(b) Tunjukkan

$$a \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

adalah vektor eigen untuk nilai-nilai pemalar sebarang  $a$  dan  $b$ .

(30 markah)

(c) Nyatakan nilai eigen yang bersepadan dengan (a) dan (b).

(20 markah)

(d) Dapatkan penyelesaian am bagi sistem persamaan pembezaan linear

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

(30 markah)

5. (a) Dengan menggunakan takrif, cari jelmaan Laplace bagi fungsi

$$f(t) = \begin{cases} t, & 0 < t < 4 \\ 5, & t \geq 4 \end{cases}$$

(35 markah)

(b) (i) Buktikan teorem anjakan pertama,

$$\mathcal{L}\{e^{at} f(t)\} = F(s - a)$$

(20 markah)

(ii) Dengan menggunakan kaedah jelmaan Laplace, selesaikan masalah nilai awal

$$y'' - 6y' + 9y = t^2 e^{3t}$$

$$y(0) = 2, y'(0) = 6$$

Anda boleh guna keputusan dalam jadual 1, tanpa bukti.

(45 markah)

...5/-

Jadual 1: Jelmaan Laplace

| $f(t)$       | $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$                               |
|--------------|--|
| $t^n$        | $\frac{n!}{s^{n+1}}$                                       |
| $e^{-at}$    | $\frac{1}{s+a}$  |
| $\sin at$    | $\frac{a}{s^2+a^2}$  |
| $\cos at$    | $\frac{s}{s^2+a^2}$  |
| $f^{(n)}(t)$ | $s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) \dots f^{(n-1)}(0)$ |

- ooo 0 ooo -

