

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 2003/2004

April 2004

**JIM 201 – Aljabar Linear**

Masa : 3 jam

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

...2/-

1. (a) Suatu matriks  $A_{n \times n}$  dikatakan ortogon jika  $A^{-1} = A^T$ .
- (i) Tentukan sama ada  $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$  suatu matriks ortogon atau pun tidak.
- (ii) Jika A dan B matriks ortogon, tunjukkan AB juga ortogon.
- (50 markah)
- (b) Katakan  $S = \{x^2 + 2, 2x^2 - x + 1, x + 2, x^2 + x + 4\}$ .
- (i) Adakah S bersandar linear? Terangkan.
- (ii) Bolehkah S merentang  $P_2$ ?  $P_2$  ialah set polinomial dengan koefisien nyata dan darjah  $\leq 2$ .
- (50 markah)
2. (a) Katakan  $V$  suatu set nombor positif dengan operasi penambahan  $v_1 + v_2 = v_1 v_2 - 1$  dan operasi pendaraban skalar  $\alpha \cdot v = V, v_1, v_2, v \in V$  dan  $\alpha$  nombor nyata. Tentukan sama ada  $V$  suatu ruang vektor atau tidak.
- (30 markah)
- (b) Katakan  $V$  suatu ruang vektor yang terdiri daripada semua fungsi nyata yang selanjur. Jika  $W = \{f : |f(t)| \leq 2, t \in \mathbb{R}\}$ , tentukan sama ada  $W$  suatu subruang atau tidak.
- (30 markah)
- (c) Katakan  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  suatu asas untuk ruang vektor  $V$  dan  $w = t_1 v_1 + t_2 v_2 + \dots + t_k v_k$  dengan  $t_k \neq 0$ . Buktikan  $\{v_1, v_2, \dots, v_{k-1}, w, v_{k+1}, \dots, v_n\}$  suatu asas bagi  $V$ .
- (40 markah)

3. Diberi matriks

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 7 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Cari

- (a)  $|A|$
- (b)  $\text{adj } A$
- (c)  $A^{-1}$
- (d)  $A \text{ adj } A$
- (e) pangkat  $A$
- (f) penyelesaian  $X$  jika  $AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- (g)  $|\text{adj}(3A)|$
- (h)  $|A^{-3} \text{adj}(A^{-3})|$
- (i)  $E_2(3)E_3(-2)E_1(2)E_3^2(3)A$
- (j)  $|B|$  jika  $BA^T = I_3$ .

(100 markah)

4. (a) Takrifkan

- (i) Keserupaan matriks
- (ii) Matriks pepenjuru.

(20 markah)

(b) Diberi matriks

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dapatkan suatu matriks  $R$  (tak singular) supaya  $R^{-1}BR$  adalah pepenjuru.

(80 markah)

...4/-

5. (a) Katakan  $T : V \rightarrow W$  adalah suatu transformasi linear,  $B_1 = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  dan  $B_2 = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$  adalah asas tertib bagi  $V$  dan  $W$  masing-masing. Buktikan

$$[T]_{B_1, B_2} [X]_{B_1} = [T(X)]_{B_2}$$

(50 markah)

- (b) Diberi  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow M_{2 \times 2}$  supaya

$$T \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + 2b + 3c + d & -a + b \\ a + b + 2c - d & 0 \end{pmatrix}$$

Dapatkan suatu asas bagi  $R_T$ ,  $N_T$  dan  $R_T \cap N_T$ .

(50 markah)

- ooo0ooo -