

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan  
Sidang Akademik 2000/2001

April/Mei 2001

**ZCT 207/2 – Mekanik Statistik**

Masa : 2 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua EMPAT soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. Pertimbangkan suatu sistem yang terdiri daripada  $N$  zarah berspin  $\frac{1}{2}$ . Setiap zarah mempunyai suatu momen magnet  $\mu$  yang boleh menghala samada selari atau antiselari dengan suatu medan magnet luaran  $B$  ( $\mu$  apabila zarah itu menghala ke atas atau selari dan  $-\mu$  apabila zarah menghala ke bawah). Sekiranya  $n$  ialah bilangan spin yang diijarkan selari dengan  $B$ ,
  - (a) Tuliskan ungkapan bagi  $C(n)$  iaitu bilangan konfigurasi dengan  $n$  spin menghala ke atas dan  $N-n$  spin menghala ke bawah. (4/25)
  - (b) Apakah jumlah konfigurasi bagi sistem ini. (2/25)
  - (c) Seterusnya, dapatkan ungkapan bagi kebarangkalian  $P(n)$ . (4/25)
  - (d) Diberi  $\mu = \mu_0$  dengan kebarangkalian  $p$  jika spin menghala ke atas dan  $\mu = -\mu_0$  dengan kebarangkalian  $q$  jika spin menghala ke bawah, tunjukkan bahawa sebaran  $\overline{(\Delta\mu)^2} = \mu_0^2 4pq$ . (7/25)
  - (e) Sekiranya sistem itu mempunyai 4 spin sahaja, senaraikan bilangan konfigurasi dan kebarangkalian bagi setiap konfigurasi tersebut. (8/25)

... 2/-

2. (a) Suatu pengayun harmonik mudah satu dimensi dalam mekanik kuantum mempunyai aras tenaga yang diberikan oleh

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$$

dengan  $\omega = \sqrt{\frac{k_0}{m}}$  ialah frekuensi (sudut) cirian pengayun dan nombor kuantum  $n$  boleh mempunyai nilai integer berkemungkinan  $n = 0, 1, 2, \dots$

Tunjukkan bahawa fungsi pemetakan  $Z$  bagi sistem ini boleh ditulis sebagai

$$Z = \frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{2kT}}}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}} \quad (10/25)$$

- (b) Fungsi pemetakan klasik bagi suatu pengayun harmonik mudah ialah

$$Z = \frac{1}{h} \iint e^{-\beta E} dp dq$$

di mana

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}k_0 q^2$$

Laksanakan kamiran ini untuk mendapatkan  $Z$ .

(Panduan:  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad ) \quad (10/25)$

- (c) Tunjukkan bahawa keputusan bagi kes kuantum akan menghampiri kes klasik jika

$$kT \gg \hbar\omega \quad (5/25)$$

3. (a) Nyatakan perbezaan antara zarah-zarah yang mematuhi statistik Maxwell-Boltzmann, statistik Fermi-Dirac dan statistik Bose-Einstein. (6/25)

- (b) Pertimbangkan satu sistem yang terdiri daripada dua zarah yang tak saling bertindak. Setiap zarah boleh berada dalam sebarang satu dari tiga keadaan kuantum yang mempunyai tenaga  $0$ ,  $10\varepsilon$  dan  $13\varepsilon$ .

Lakarkan rajah yang menunjukkan keadaan-keadaan yang berkemungkinan di mana zarah-zarah boleh berada dan seterusnya dapatkan fungsi pemetakan  $Z$  sekiranya zarah-zarah itu mematuhi

- |       |                             |        |
|-------|-----------------------------|--------|
| (i)   | Statistik Maxwell-Boltzmann | (7/25) |
| (ii)  | Statistik Bose-Einstein     | (6/25) |
| (iii) | Statistik Fermi-Dirac       | (6/25) |

4. (a) Gunakan hubungan

$$E = \overline{E_j} = \sum_j E_j P_j$$

untuk membuktikan bahawa

$$E = - \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} \right)_V = kT^2 \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial T} \right)_V$$

di mana  $Z$  adalah fungsi pemetakan ensembel kanonik.

(7/25)

- (b) Satu penghampiran fungsi pemetakan bagi suatu pepejal adalah

$$Z = \left( \frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{2kT}}}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}} \right)^{3N} e^{\frac{U}{kT}}$$

di mana  $\frac{\hbar\omega}{k} = \theta_E$  adalah pemalar dan  $U$  adalah tenaga pemejalwapan bagi pepejal.

- (i) Dari fungsi pemetakan ini, tunjukkan bahawa

$$E = \frac{3}{2} Nk\theta_E + 3Nk\theta_E \left( \frac{1}{e^{\frac{\theta_E}{T}} - 1} \right) - U$$

(6/25)

... 4/-

- (ii) Seterusnya, dapatkan nilai haba tentu  $C_V$ . (6/25)
- (iii) Tunjukkan bahawa pada suhu tinggi, Hukum Dulong dan Petit bagi haba tentu akan diperolehi. (6/25)

ooo O ooo -