

(TMX 202)

**UNIVERSITI SAINS MALAYSIA**

**Peperiksaan Tambahan 1996/97**

**Mei 1997**

**Kursus Sains Matrikulasi II**

**TMX 202 - Matematik Matrikulasi - Kertas II**

**Masa : Tiga jam**

---

**Arahan kepada calon:**

Jawab **SEMUA** soalan dalam Bahagian A dan mana-mana **EMPAT** soalan dalam Bahagian B.

Markah untuk soalan atau bahagian soalan diberikan dalam tanda kurung [ ].

Mulakan setiap jawapan untuk Bahagian B pada helaian kertas yang baru, dan susun jawapan anda mengikut tertib berangka.

Semua kerja yang perlu hendaklah ditunjukkan dengan jelas.

Jawapan berangka boleh diberikan dalam bentuk  $\pi$ , e, surd, pecahan, atau sehingga tiga angka bererti, di mana-mana yang sesuai, kecuali yang sebaliknya dinyatakan dalam soalan.

---

**NOTA**

Bersama-sama dengan kertas soalan ini, dibekalkan juga bahan-bahan yang berikut:

1. Tatatanda, Takrif, dan Rumus Matematik.
  2. Kertas graf.
- 

**Kertas soalan ini terdiri daripada 6 halaman bercetak.**

**BAHAGIAN A (52 markah)**

Jawab **SEMUA** soalan dalam bahagian ini.

1. (a) Diberi  $w = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$ , cari  $(1 + w^2)(1 + w^3)$

dalam bentuk  $a + ib$ .

[6]

(b) Diberi  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -6 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} 7 & 16 & -10 \\ 5 & 11 & -8 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,

cari  $AB$ . Dengan demikian, deduksikan  $(AB)^{-1}$ .

[4]

(c) Diberi  $e^y = \sin x$ , tunjukkan bahawa

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = 0.$$

[5]

(d) Jika  $a > 1$  dan  $\int_1^a \frac{x^4 - 1}{x^3} dx = \frac{9}{8}$ , hitungkan nilai  $a$ .

[6]

(e) Cari penyelesaian am bagi persamaan pembeza

$$(1 + e^x) \frac{dy}{dx} + ye^x = 1 - e^{2x}$$

dan berikan jawapan anda dalam bentuk  $y = f(x)$ .

[7]

(f) Vektor-vektor  $\underline{a}$  dan  $\underline{b}$  adalah diberi oleh

$$\underline{a} = \alpha \underline{i} + (2\alpha - 1)\underline{j} - \underline{k},$$

$$\underline{b} = (1 - \alpha)\underline{i} + 3\alpha \underline{j} + (4\alpha - 1)\underline{k}.$$

Jika  $\underline{a}$  dan  $\underline{b}$  adalah seranjang, hitungkan nilai-nilai yang mungkin bagi pemalar  $\alpha$ .

[5]

(g) Suatu jawatankuasa yang terdiri daripada 6 orang dipilih daripada 8 orang lelaki dan 5 orang perempuan dengan syarat ia mesti mengandungi sekurang-kurangnya 3 orang lelaki dan 2 orang perempuan.

Dalam berapa carakah jawatankuasa ini dapat dibentuk jika 2 orang perempuan tertentu enggan berkhidmat dalam jawatankuasa yang sama.

[7]

(h) Lima nombor 2, 4, 8,  $6 + k$ ,  $6 - k$  mempunyai varians  $5\frac{7}{10}$ .  
Hitungkan nilai-nilai  $k$  yang mungkin.

[6]

(i) A dan B ialah dua peristiwa tak bersandar dengan keadaan

$$P(A) = \frac{1}{2} \text{ dan } P(B) = \frac{1}{3}.$$

Cari  $P[(A \cap B) | (A \cup B)]$ .

[6]

**BAHAGIAN B (48 markah)**

Jawab mana-mana **EMPAT** soalan dalam bahagian ini.

2. (a) Dengan menggunakan Petua Cramer, selesaikan sistem persamaan

$$\begin{aligned} -y + z &= 3 \\ x - y - z &= 0 \\ -x - z &= 0. \end{aligned}$$

[6]

- (b) Diberi titik-titik A(-1, 2, 1), B(3, 1, 2) dan C(0, 3, 1).  
Cari

- (i) vektor kedudukan titik P dengan keadaan P membahagi BC dalam nisbah 2 : 1,  
(ii) persamaan Cartesan satah yang melalui titik A dan serenjang kepada BC.

[6]

3. Diberi X ialah pembolehubah rawak selanjar yang mempunyai fungsi ketumpatan kebarangkalian

$$f(x) = \begin{cases} kx & , 0 \leq x \leq 1 \\ k(2 - x) & , 1 < x \leq 2 \\ 0 & , \text{nilai-nilai } x \text{ yang lain} \end{cases}$$

k ialah pemalar positif.

- (a) Lakarkan graf f dan seterusnya hitungkan nilai k.

[4]

- (b) Cari (i)  $P(|X - 1| < \frac{1}{2})$

(ii)  $E(X)$

(iii)  $\text{Var}(X)$ .

[8]

4. Tinggi bagi 60 orang pelajar adalah ditunjukkan dalam jadual kekerapan yang berikut.

Tinggi (cm)	140 - 144	145 - 149	150 - 154	155 - 159	160 - 164
Kekerapan	8	18	10	14	10

- (a) Cari, daripada rumus,

- (i) mod  
(ii) median.

[4]

- (b) Dengan menggunakan rumus pengkodan  $u_i = \frac{x_i - 152}{5}$ ,

hitungkan min, varians dan sisihan piawai bagi data di atas.

Nyatakan jawapan anda dalam (a) dan (b) betul kepada tiga angka bererti.

[8]

5. Suatu lengkung mempunyai persamaan

$$y = 3x^5 + 5x^4.$$

- (a) Tentukan titik-titik persilangan lengkung itu pada paksi-x dan paksi-y.

[2]

- (b) Cari koordinat titik-titik pegun bagi lengkung itu dengan membezakan antara titik maksimum atau titik minimum.

[4]

- (c) Tunjukkan bahawa terdapat satu dan hanya satu titik lengkok balas pada lengkung itu dan cari koordinatnya.

[3]

- (d) Lakarkan lengkung itu.

[3]

6. (a) Dengan menggunakan gantian  $x = 2 \sin \theta$ , cari nilai bagi

$$\int_0^2 x^2 \sqrt{4-x^2} dx.$$

[6]

- (b) Tunjukkan bahawa

$$\int_0^1 \ln(1+x^2) dx = \frac{1}{2} (\pi - 4 + 2 \ln 2).$$

[6]

7. (a) Diberi  $z = \cos \theta + i \sin \theta$ , tunjukkan bahawa

$$z^4 + \frac{1}{z^4} = 2 \cos 4\theta.$$

Jika  $z + \frac{1}{z} = 1$ , cari nilai bagi  $z^4 + \frac{1}{z^4}$ .

[6]

- (b) Merujuk kepada asalan, O, titik-titik P dan S mempunyai vektor kedudukan

$$\underline{p} = \underline{i} + 2\underline{j} + 3\underline{k}$$

dan  $\underline{s} = 3\underline{i} + 4\underline{j} + 5\underline{k}.$

Cari

- (i) persamaan vektor garis lurus yang melalui titik P dan titik S  
 (ii) vektor kedudukan titik di mana garis lurus PS bersilang dengan satah  $xy$ .

[6]

Senarai tatatanda, takrif dan rumus Matematik ini adalah untuk kegunaan pelajar Matrikulasi II yang mengambil TMX 202 semasa peperiksaan dijalankan. Senarai ini tidak lengkap dan pembuktian rumus mungkin masih diperlukan.

**SET NOMBOR**

$\mathbb{N}$	set integer positif dan sifar
$\mathbb{Z}$	set integer
$\mathbb{Z}^+$	set integer positif
$\mathbb{Q}$	set nombor nisbah
$\mathbb{Q}^+$	set nombor nisbah positif
$\mathbb{R}$	set nombor nyata
$\mathbb{R}^+$	set nombor nyata positif
$\mathbb{C}$	set nombor kompleks

**LOGARITMA**

$$a^x = e^{x \ln a}$$

**SIRI**

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{r} a^{n-r} b^r + \dots + b^n,$$

dengan  $n \in \mathbb{N}$  dan  $\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$

**TRIGONOMETRI**

$$\sin (A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B.$$

$$\cos (A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B.$$

$$\tan (A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$$

$$\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$$

$$\operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$$

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$\cos 2A = 2 \cos^2 A - 1 = 1 - 2 \sin^2 A$$

$$\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A.$$

$$\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$$

$$\sin P + \sin Q = 2 \sin \frac{1}{2} (P + Q) \cos \frac{1}{2} (P - Q).$$

$$\sin P - \sin Q = 2 \cos \frac{1}{2} (P + Q) \sin \frac{1}{2} (P - Q).$$

$$\cos P + \cos Q = 2 \cos \frac{1}{2} (P + Q) \cos \frac{1}{2} (P - Q).$$

$$\cos P - \cos Q = -2 \sin \frac{1}{2} (P + Q) \sin \frac{1}{2} (P - Q).$$

Jika  $t = \tan \frac{1}{2}x$ , maka  $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$  dan  $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$

Nilai utama hubungan trigonometri songsang memenuhi

$$-\frac{1}{2} \pi \leq \sin^{-1} x \leq \frac{1}{2} \pi, \quad |x| \leq 1 ;$$

$$0 \leq \cos^{-1} x \leq \pi, \quad |x| \leq 1 ;$$

$$-\frac{1}{2} \pi < \tan^{-1} x < \frac{1}{2} \pi$$

### KAMIRAN

(Nilai utama hubungan songsang hendaklah digunakan; pemalar sebarang ditinggalkan;  $a > 0$ ).

$$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \left( \frac{x}{a} \right)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \sin^{-1} \left( \frac{x}{a} \right), \quad |x| < a.$$

$$\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left( \frac{x - a}{x + a} \right), \quad x > a.$$

$$\int \frac{1}{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left( \frac{a + x}{a - x} \right), \quad |x| < a.$$



STATISTIK

Data tak terkumpul

$$s^2 = \frac{\sum_1^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_1^n x_i \right)^2}{n - 1}$$

Data terkumpul

$$\text{Median} = L + \left[ \frac{\frac{n}{2} - F}{f_m} \right] c$$

$$\text{Mod} = L + \left[ \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right] c$$

VEKTOR

Jarak seranjang titik A dari satah  $\underline{r} \cdot \underline{n} = D$  ialah

$$| \underline{a} \cdot \hat{\underline{n}} - d | ,$$

$$d = \frac{D}{|\underline{n}|}$$

