

(TMX 202)

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Akhir Sidang 1996/97

Mac/April 1997

Kursus Sains Matrikulasi II

TMX 202 - Matematik Matrikulasi - Kertas II

Masa : 3 jam

Arahan kepada calon:

Jawab **SEMUA** soalan dalam Bahagian A dan mana-mana **EMPAT** soalan dalam Bahagian B.

Markah untuk soalan atau bahagian soalan diberikan dalam tanda kurung [].

Mulakan setiap jawapan untuk Bahagian B pada helaian kertas yang baru, dan susun jawapan anda mengikut tertib berangka.

Semua kerja yang perlu hendaklah ditunjukkan dengan jelas.

Jawapan berangka boleh diberikan dalam bentuk π , e, surd, pecahan, atau sehingga tiga angka bererti, di mana-mana yang sesuai, kecuali yang sebaliknya dinyatakan dalam soalan.

NOTA

Bersama-sama dengan kertas soalan ini, dibekalkan juga bahan-bahan yang berikut:

1. Tatatanda, Takrif, dan Rumus Matematik.
2. Kertas graf.

Kertas soalan ini terdiri daripada 8 halaman bercetak.

Bahagian A (52 markah)

Jawab SEMUA soalan dalam bahagian ini.

1. (a) Diberi $P = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ y & z & 1 \end{pmatrix}$.

Jika hasil darab PQ ialah suatu matriks segitiga atas, hitungkan nilai-nilai x, y dan z.

[6]

- (b) Dalam gambar rajah Argand, titik P mewakili nombor kompleks z. Diberi bahawa

$$|z - 4 - 3i| = 2,$$

lakarkan lokus bagi P.

Deduksikan nilai terbesar $|z|$ dan nilai terkecil $|z|$ untuk titik-titik P yang terletak pada lokus itu.

[7]

- (c) Jejari dan tinggi sebuah silinder tegak berubah dengan keadaan isipadunya sentiasa sama dengan 1000 cm^3 . Jika jejari silinder itu bertambah pada kadar $\frac{3}{2} \text{ cms}^{-1}$, cari kadar perubahan tingginya pada ketika tinggi ialah 10 cm.

$$[\text{Isipadu silinder} = \pi r^2 h]$$

[5]

(d) Nilaiikan $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$

[5]

(e) Diberi $y(1-x^2)\frac{dy}{dx} = 1+y^2$ dan $y=1$ apabila $x = \frac{1}{2}$.

Selesaikan persamaan pembeza itu dengan mengungkapkan y^2 dalam sebutan x .

Dengan demikian, tunjukkan bahawa $\frac{1}{5} \leq x < 1$.

[7]

(f) Diberi \underline{a} dan \underline{b} adalah dua vektor bukan sifar. Jika $\underline{a} \cdot (6\underline{a} - 2\underline{b}) = 3\underline{a} \cdot (\underline{b} + 2\underline{a})$, buktikan bahawa \underline{a} adalah serenjang dengan \underline{b} .

[4]

(g)

P	E	N	Y	A	Y	A	N	G
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Rajah di atas menunjukkan 9 keping kad dengan huruf-huruf abjad ditulis atasnya. Kad-kad itu disusun semula dalam satu baris. Cari

- (i) bilangan perkataan yang dapat dibentukkan $\frac{9!}{2!2!}$
- (ii) bilangan perkataan yang mempunyai huruf-huruf vokal bersebelahan.

[5]

- (h) Satu sampel markah ujian yang diperoleh daripada 20 orang pelajar adalah diberikan dalam jadual di bawah.

Markah	20	60	65	70	80	90	100
Kekerapan	1	3	y	4	1	x	2

Jika min markah bagi 20 orang pelajar itu ialah 71, hitungkan nilai x dan nilai y.

Seterusnya, cari mod dan median.

[7]

- (i) A dan B adalah dua peristiwa dengan keadaan $P(A) = \frac{5}{9}$,
 $P(B) = \frac{3}{4}$ dan $P(A|B) = \frac{2}{3}$. Cari $P(A' | B')$.

[6]

Bahagian B (48 markah)

Jawab mana-mana **EMPAT** soalan dalam bahagian ini.

2. (a) Garis lurus L mempunyai persamaan vektor

$$\underline{r} = 2\underline{i} + \alpha (\underline{i} + 3\underline{j} + 4\underline{k}).$$

- (i) Tunjukkan bahawa L bersilang dengan garis lurus

$$\underline{r} = \underline{k} + \beta (\underline{i} + \underline{j} + \underline{k}).$$

Seterusnya, cari koordinat bagi titik persilangan itu.

- (ii) Titik R terletak pada garis lurus L dan berjarak $5\sqrt{10}$ unit dari asalan.

Cari vektor-vektor kedudukan yang mungkin bagi R .

[6]

- (b) Sistem persamaan

$$\begin{aligned} ax - by - cz &= 9 \\ ax + by + cz &= -5 \\ 4x + by + 2cz &= 3 \end{aligned}$$

mempunyai penyelesaian $x = 2$, $y = 3$ dan $z = 2$. Dengan menggunakan Petua Cramer, tentukan nilai-nilai a , b dan c .

[6]

3. (a) Tiga ekor kucing dipilih secara rawak daripada 6 ekor kucing jantan dan 4 ekor kucing betina. Pembolehubah rawak X mewakili bilangan ekor kucing jantan yang dipilih.

- (i) Salin dan lengkapkan taburan kebarangkalian yang berikut.

x	0	1	2	3
$P(X = x)$				

- (ii) Cari $P(1 \leq X < 3)$.

- (iii) Cari $\text{Var}(X)$.

[7]

- (b) Pembolehubah rawak selanjar X mempunyai fungsi ketumpatan kebarangkalian

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{e^{3x}} & \text{bagi } x \geq 0 \\ 0 & \text{bagi } x < 0 \end{cases}$$

- (i) Tentukan nilai pemalar k .

- (ii) Dengan menggunakan nilai k ini, cari $E(X)$.

[5]

4. Jadual kekerapan terkumpul yang berikut menunjukkan tinggi bagi sekumpulan 28 orang pelajar.

Tinggi (cm)	150-154	155-159	160-164	165-169	170-174	175-179	180-184	185-189
Kekerapan	1	0	4	8	5	7	2	1

- (a) Lukis sebuah histogram pada kertas graf.
Daripada histogram anda, cari

- (i) mod
(ii) median

[6]

- (b) Dengan menggunakan rumus pengkodan $u_i = \frac{x_i - 167}{5}$,
hitungkan min tinggi dan sisihan piawainya. Berikan jawapan
anda betul kepada tiga angka bererti.

[6]

5. Suatu lengkungan mempunyai persamaan

$$y = \frac{x - 2}{(x - 1)(x + 2)}$$

- (a) Nyatakan persamaan asimptot-asimptot yang selari dengan paksi-x dan paksi-y.

[3]

- (b) Cari titik pada paksi-x dan paksi-y yang direntasi oleh lengkungan itu.

[2]

- (c) Tunjukkan bahawa $\frac{dy}{dx} = \frac{x(4-x)}{(x-1)^2(x+2)^2}$
dan tentukan titik-titik pegun pada lengkungan itu.

[4]

- (d) Lakar lengkungan itu.

[3]

6. (a) Dengan menggunakan gantian $t = \tan x$, cari nilai

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{9\cos^2 x - 4\sin^2 x}$$

[6]

- (b) Tunjukkan bahawa

$$\int e^{-x} \cos 2x \, dx = \frac{1}{5} e^{-x} (2 \sin 2x - \cos 2x) + c,$$

c ialah pemalar pengamiran.

[6]

7. (a) Jika $z = \cos \theta + i \sin \theta$, ungkapkan $z^n + \frac{1}{z^n}$
dan $z^n - \frac{1}{z^n}$ dalam sebutan $\sin n\theta$ dan $\cos n\theta$.

Dengan demikian, tunjukkan bahawa

$$\cos^6 \theta = \frac{1}{32} (\cos 6\theta + 6 \cos 4\theta + 15 \cos 2\theta + 10).$$

Seterusnya, cari nilai bagi $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^6 \theta \, d\theta$.

[7]

- (b) Cari persamaan vektor satah π yang mengandungi garis lurus $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+1}{2}$ dan berserenjang dengan satah $3x + 2y - z = 3$.

[5]

- oooOOOooo -

Senarai tatatanda, takrif dan rumus Matematik ini adalah untuk kegunaan pelajar Matrikulasi II yang mengambil TMX 202 semasa peperiksaan dijalankan. Senarai ini tidak lengkap dan pembuktian rumus mungkin masih diperlukan.

SET NOMBOR

\mathbb{N}	set integer positif dan sifar
\mathbb{Z}	set integer
\mathbb{Z}^+	set integer positif
\mathbb{Q}	set nombor nisbah
\mathbb{Q}^+	set nombor nisbah positif
\mathbb{R}	set nombor nyata
\mathbb{R}^+	set nombor nyata positif
\mathbb{C}	set nombor kompleks

LOGARITMA

$$a^x = e^{x \ln a}$$

SIRI

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{r} a^{n-r} b^r + \dots + b^n,$$

dengan $n \in \mathbb{N}$ dan $\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$

TRIGONOMETRI

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B.$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B.$$

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$$

$$\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$$

$$\operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$$

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$\cos 2A = 2 \cos^2 A - 1 = 1 - 2 \sin^2 A$$

$$\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A.$$

$$\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$$

$$\sin P + \sin Q = 2 \sin \frac{1}{2} (P + Q) \cos \frac{1}{2} (P - Q).$$

$$\sin P - \sin Q = 2 \cos \frac{1}{2} (P + Q) \sin \frac{1}{2} (P - Q).$$

$$\cos P + \cos Q = 2 \cos \frac{1}{2} (P + Q) \cos \frac{1}{2} (P - Q).$$

$$\cos P - \cos Q = -2 \sin \frac{1}{2} (P + Q) \sin \frac{1}{2} (P - Q).$$

Jika $t = \tan \frac{1}{2}x$, maka $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ dan $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$

Nilai utama hubungan trigonometri songsang memenuhi

$$-\frac{1}{2} \pi \leq \sin^{-1} x \leq \frac{1}{2} \pi, |x| \leq 1;$$

$$0 \leq \cos^{-1} x \leq \pi, |x| \leq 1;$$

$$-\frac{1}{2} \pi < \tan^{-1} x < \frac{1}{2} \pi$$

KAMIRAN

(Nilai utama hubungan songsang hendaklah digunakan; pemalar sebarang ditinggalkan; $a > 0$).

$$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \left(\frac{x}{a} \right)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \sin^{-1} \left(\frac{x}{a} \right), |x| < a.$$

$$\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left(\frac{x - a}{x + a} \right), x > a.$$

$$\int \frac{1}{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left(\frac{a + x}{a - x} \right), |x| < a.$$

STATISTIK

Data tak terkumpul

$$s^2 = \frac{\sum_1^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_1^n x_i \right)^2}{n - 1}$$

Data terkumpul

$$\text{Median} = L + \left[\frac{\frac{n}{2} - F}{f_m} \right] c$$

$$\text{Mod} = L + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right] c$$

VEKTOR

Jarak seranjang titik A dari satah $\underline{r} \cdot \underline{n} = D$ ialah

$$\left| \underline{a} \cdot \hat{\underline{n}} - d \right| ,$$

$$d = \frac{D}{|\underline{n}|}$$

1000000

1000000

$$\frac{1000000}{1000000} = 1$$

1000000

$$\frac{1000000}{1000000} = 1$$

$$\frac{1000000}{1000000} = 1$$

1000000

1000000

$$\frac{1000000}{1000000} = 1$$

$$\frac{1000000}{1000000} = 1$$

1000000