UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan

Sidang 1987/88

MKT342 - Pengiraan Kejuruteraan II

Tarikh: 22 Jun 1988 Masa: 2.15 petang - 5.15 petang (3 jam)

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Tunjukkan bahawa

$$\Delta^k f(x_i) = f(x_{i+k}) - \binom{k}{1} f(x_{i+k-1}) + \binom{k}{2} f(x_{i+k-2}) + \ldots + (-1)^k f(x_i)$$

yang mana $\binom{k}{i} = \dfrac{k!}{i!(k-i)!}$.

(b) Berikan syarat untuk a, b, c, d, e, f, g, h, i supaya matriks

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

merupakan matriks pepenjuru dominan tegas,

(c) Dengan menggunakan 4 langkah kaedah kuasa ke atas matriks

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

anggarkan nilai eigen terbesar. Ambil vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ sebagai vektor awalan.

(d) Bincangkan mengenai

(i) kaedah Crout

(ii) kaedah Newton untuk sistem persamaan tak linear.

(100/100)

.../2

2. (a) Diberikan persamaan pembezaan

$$y''(x) = p(x)y'(x) + q(x)y(x) + r(x), \qquad a \leqslant x \leqslant b$$

dengan $y(a) = \alpha$, $y(b) = \beta$.
Dapatkan suatu kaedah beza terhingga untuk masalah ini dengan menggunakan hampiran beza pusat untuk terbitan-terbitan tersebut. Terangkan bagaimana kita dapat tentukan sama ada persamaan tersebut mempunyai penyelesaian unik.

(b) Jika $y_1(x)$ merupakan penyelesaian bagi

$$y''(x) = p(x)y'(x) + q(x)y(x) + r(x)$$
$$a \leqslant x \leqslant b, \quad y(a) = \alpha, \quad y'(a) = 0$$

dan $y_2(x)$ merupakan penyelesaian bagi

$$y''(x) = p(x)y'(x) + q(x)y(x)$$
$$a \leqslant x \leqslant b, \quad y(a) = 0, \quad y'(a) = 1,$$

buktikan bahawa

$$y(x) = y_1(x) + \frac{\beta - y_1(b)}{y_2(b)} y_2(x)$$

merupakan penyelesaian masalah nilai sempadan

$$y''(x) = p(x)y'(x) + q(x)y(x) + r(x)$$
$$a \leqslant x \leqslant b, \quad y(a) = \alpha, \quad y(b) = \beta.$$

Bincangkan bagaimana kita dapat menyelesaikan masalah nilai sempadan tersebut.

(100/100)

3. (a) Gunakan kaedah Von Neumann untuk membuktikan bahawa

$$u_{p,q+1} - u_{p,q} = r(u_{p-1,q} - 2u_{p,q} + u_{p+1,q})$$

stabil untuk $0 < r \leqslant \frac{1}{2}$.

(b) Diberikan masalah persamaan pembezaan separa

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{2}{x}\frac{\partial u}{\partial x}, \qquad 0 \leqslant x \leqslant 1, \qquad t \geqslant 0$$

dengan syarat awal $u(x, 0) = 1 - x^2$, $0 \leqslant x \leqslant 1$. dan syarat sempadan

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0$$
$$u(1, t) = 0 .$$

Dapatkan suatu persamaan beza terhingga bagi masalah di atas dengan menggunakan hampiran beza pusat untuk $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $\frac{\partial u}{\partial x}$ dan hampiran beza ke depan untuk $\frac{\partial u}{\partial t}$.

Jika jaringan beza terhingga tersebut dibahagikan dengan $h = \delta x = 0.1$ dan $k = \delta t = 0.0001$, maka cari nilai u_{01} dan u_{11} (betul pada empat tempat perpuluhan).

(100/100)

4. (a) Matriks A diberikan seperti berikut

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 4 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & 0 \end{pmatrix}$$

Dengan menggunakan Teorem Bulatan Gerschgorin, tentukan suatu kawasan di dalam satah kompleks yang mengandungi semua nilai eigen A.

(b) Untuk persamaan

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 1 \\ \frac{1}{8}x_1 + x_2 + x_3 &= 3 \\ -x_1 + 4x_2 + x_3 &= 7 \end{aligned}$$

buktikan bahawa lelaran Jacobi menumpu, tetapi lelaran Gauss-Seidel mencapah.

(c) Fungsi ϕ menepati persamaan

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + 2 = 0$$

di dalam domain $\Omega = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, \ -1 \leq y \leq 1\}$ dengan syarat sempadan $\phi(x, y) = 0$ pada $\partial\Omega$. Tuliskan persamaan beza lima titik dengan menggunakan $h = k = \frac{1}{2}$. Bincangkan bagaimana kita dapat menyelesaikan persamaan tersebut.

(100/100)

- oooOOooo -