

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1994/95

April 1995

**MAT 202 - Pengantar Analisis**

Masa : [3 jam]

---

Jawab kesemua EMPAT (4) soalan.

1. (a) Jika  $\mathfrak{A} = \{A_k \mid k = 1, 2, 3, \dots\}$  di mana  $A_k = \left\{ \frac{k}{n} \mid n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$ , cari  $\cup \mathfrak{A}$  dan  $\cap \mathfrak{A}$ .  
(15/100)

- (b) (i) Buktikan bahawa siri fungsi  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2}$  menumpu secara seragam pada  $\mathbb{R}$  dan tunjukkan bahawa  $\int_0^{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2} dx = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^3}$ .

- (ii)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ialah suatu fungsi yang selanjar pada  $\mathbb{R}$ . Pertimbangkan siri  $\sum_{n=1}^{\infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$ . Jika  $\sum_{n=1}^{\infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$  adalah menumpu, cari  $f(0)$ . Berikan alasan untuk jawapan anda.  
(45/100)

- (c) (i) Katakan  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  selanjar pada  $\mathbb{R}$ . Tunjukkan bahawa jika  $a \in \mathbb{R}$  dan  $f(a) > 0$ , maka wujud suatu  $\delta > 0$  supaya

$$f(x) > 0, \forall x \in J(a, \delta).$$

- (ii)  $g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  adalah fungsi yang selanjar pada  $\mathbb{R}$  dan  $g(x) < h(x), \forall x \in \mathbb{Q}$ . Tunjukkan bahawa  $g(x) \leq h(x), \forall x \in \mathbb{R}$ .

(40/100)