

SULIT



Second Semester Examination
2018/2019 Academic Session

June 2019

**EUM114 – Advanced Engineering Calculus
(Kalkulus Kejuruteraan Lanjutan)**

Duration : 3 hours
(Masa : 3 jam)

Please check that this examination paper consists of SIX (6) pages of printed before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM (6) muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instruction: This question paper consists of **FOUR (4)** questions. Answer ALL questions. All questions carry the same marks.

Arahan: Kertas soalan ini mengandungi **EMPAT (4)** soalan. Jawab **SEMUA** soalan. Semua soalan membawa jumlah Markah yang sama.]

In the event of any discrepancies in the exam questions, English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah digunakan.]

...2/-

SULIT

1. (a) If $f(x) = 1 - \frac{x}{L}$ in $0 < x < L$ find Fourier cosine series of $f(x)$.
 Jika $f(x) = 1 - \frac{x}{L}$ in $0 < x < L$ cari kembangan siri kosinus Fourier bagi $f(x)$.

(10 marks/markah)

- (b) The periodic function $f(x)$ of period 2π is specified over the period $-\pi < x < \pi$ by

Fungsi berkala $f(x)$ tempoh 2π dinyatakan dalam tempoh $-\pi < x < \pi$ oleh

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}x + 2 & -\pi < x \leq 0 \\ 2 & 0 < x < \pi \end{cases}$$

Obtain the Fourier series expansion for $f(x)$

Dapatkan pengembangan siri Fourier bagi $f(x)$

(15 marks/markah)

2. (a) Find the expression for the variation of temperature $u(x, t)$ of a laterally insulated copper rod of 100 cm long, with both ends subjected to 0°C . The initial temperature of the rod is given by

Cari ungkapan untuk variasi suhu $u(x, t)$ bagi rod tembaga bertebat lateral yang panjangnya 100 cm, dengan kedua-dua hujung tertakluk kepada suhu 0°C . Suhu awal rod diberikan oleh

$$u(x, 0) = \sin\left(\frac{\pi x}{100}\right) \text{ for } 0 \leq x \leq 100,$$

where x is measured (cm) from one end of the rod to the other end.

di mana x diukur dalam (sm) dari satu hujung rod ke hujung yang lain.

... 3/-

It has been established that the temperature variation in the rod satisfies the one-dimensional heat equation:

Telah dibuktikan bahawa variasi suhu dalam rod memuaskan persamaan haba satu dimensi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

(12 marks/markah)

- (b) The variation of heat of a rod satisfies one-dimensional (heat equation). Both ends of the rod is held at zero degrees Celsius and the initial temperature is given by

Perubahan haba bagi satu rod memenuhi persamaan haba satu dimensi. Kedua-dua hujung batang ditetapkan dengan suhu sifar darjah Celsius dan suhu awal diberikan oleh

$$u(x, 0) = \begin{cases} x & \text{for } 0 \leq x < 0.5 \\ 1 - x & \text{for } 0.5 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Use numerical method to solve the heat equation for

Gunakan kaedah berangka untuk menyelesaikan persamaan haba

$$0 \leq t \leq 0.03 \text{ using } \Delta x = 0.2 \text{ and } \Delta t = 0.01.$$

Your answer must be in six decimal places.

Jawapan anda mesti dalam enam titik perpuluhan.

The explicit formula is given by

Rumus tersurat diberikan sebagai

$$u(x_i, t_{j+1}) = \lambda u(x_{i-1}, t_j) + (1 - 2\lambda)u(x_i, t_j) + \lambda u(x_{i+1}, t_j)$$

where $\lambda = k \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}$, $k = 1$.

(13 marks/markah)

...4/-

3. (a) A particle moves from coordinate $(-1,1)$ to $(2,4)$ along the path $r(t) = \langle t, t^2 \rangle$. The force $F = \langle x \sin y, y \rangle$ was applied to the movement. Calculate the work done.

Suatu zarah bergerak daripada koordinat $(-1,1)$ ke $(2,4)$ melalui laluan $r(t) = \langle t, t^2 \rangle$. Daya $F = \langle x \sin y, y \rangle$ dikenakan pada gerakan itu. Nilai kerja yang dilakukan.

(3 marks/markah)

- (b) Find the directional derivatives for a function $\phi = \sin(yz) + \ln(x^2)$ at the point $(1,2,\pi)$ in the direction of the vector $A = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$.

Cari derivatif arah untuk satu fungsi $\phi = \sin(yz) + \ln(x^2)$ pada titik $(1,2,\pi)$ dalam arah vektor $A = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$.

(7 marks/markah)

- (c) Verify Green's theorem on

Tentukan Teorem Green pada

$$\iint_D y \, dA = \int_D x^4 \, dx + xy \, dy$$

whereby D is triangular region bounded by $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$.

di mana D ialah rantau segitiga yang dibatasi oleh $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$.

(7 marks/markah)

- (d) Evaluate $I = \iint_R (6x + 2y^2) \, dA$

where R is the region enclosed by the parabola $x = y^2$ and the line $x + y = 2$.

Kira $I = \iint_R (6x + 2y^2) \, dA$ di mana R adalah rantau yang dilampirkan

oleh parabola $x = y^2$ dan garis $x + y = 2$.

(8 marks/markah)

4. (a) Determine the rank of the following matrix.

Tentukan pangkat bagi matriks berikut

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 8 & 4 & 6 \\ -2 & -1 & -1.5 \end{bmatrix}$$

(5 marks/markah)

- (b) Solve the following equations by using Doolittle's factorization method.

Selesaikan persamaan berikut menggunakan kaedah pemfaktoran Doolittle.

$$\begin{aligned} 5x_1 + 4x_2 + x_3 &= 6.8 \\ 10x_1 + 9x_2 + 4x_3 &= 17.6 \\ 10x_1 + 13x_2 + 15x_3 &= 38.4 \end{aligned}$$

(8 marks/markah)

- (c) A toy company need to find the number of toys that should be manufactured per day to optimally use their injection-molding machine and the assembly line. In order to do this, one needs to solve the following set of equations. The unknowns are the number of toys for boys, x_1 , the number of toys for girls, x_2 , and the number of toys for all, x_3 .

Sebuah syarikat mainan perlu mencari bilangan mainan yang perlu dikeluarkan setiap hari untuk mengoptimumkan penggunaan mesin pembentukan cara suntikan dan barisan pemasangan mereka. Untuk melakukan ini, seseorang perlu menyelesaikan set persamaan-persamaan berikut. Yang tidak diketahui adalah bilangan mainan untuk kanak-kanak lelaki, x_1 , bilangan mainan untuk kanak-kanak perempuan, x_2 , dan bilangan mainan untuk semua, x_3 .

$$\begin{bmatrix} 1.05 & -1.00 & -0.00 \\ 0.1667 & 0.6667 & 0.3333 \\ 0.3333 & 0.1667 & 0.6667 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1260 \\ 756 \end{bmatrix}$$

Find the values of x_1 , x_2 , and x_3 using the Gauss-Seidel method with $X^{(0)} = [1000 \ 1000 \ 100]$. Conduct five (5) iterations and state the final x values with error approximation. (Note: Use rounding to 2 decimal places in all calculations).

Cari nilai-nilai x_1 , x_2 , dan x_3 dengan menggunakan kaedah Gauss-Seidel dengan $X^{(0)} = [1000 \ 1000 \ 100]$. Jalankan lima (5) lelaran dan nyatakan nilai-nilai akhir bagi x dengan anggaran ralat. (Nota: Gunakan pembundaran hingga 2 titik perpuluhan dalam semua pengiraan).

(12 marks/markah)

-oooOooo-