



Second Semester Examination  
Academic Session 2018/2019

June 2019

**EMT 302 – Mathematical Modelling In Engineering**  
***[Pemodelan Matematik Di Dalam Kejuruteraan]***

Duration : 2 hours  
*[Masa : 2 jam]*

---

Please check that this paper contains **FIVE [5]** printed pages before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **LIMA [5]** mukasurat bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan.]*

**INSTRUCTIONS** : Answer **ALL THREE [3]** questions.  
***[ARAHAN : Jawab SEMUA TIGA [3] soalan.]***

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

*[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]*

1. [a] If the reliabilities of three components of a system are given by  $R_1(t) = 0.90$ ,  $R_2(t) = 0.95$  and  $R_3(t) = 0.96$  respectively, calculate the system reliability when the components are connected in series, parallel and both combinations. For each connection, describe and provide some sketches to show suitable component arrangements.

*Jika kebolehpercayaan tiga komponen suatu sistem diberikan oleh  $R_1(t) = 0.90$ ,  $R_2(t) = 0.95$  dan  $R_3(t) = 0.96$ , hitung kebolehpercayaan sistem ini apabila komponen-komponen disambungkan secara siri, selari dan kedua-dua kombinasi. Untuk setiap sambungan, terangkan dan berikan beberapa lakaran untuk menunjukkan susunan-susunan komponen yang bersesuaian.*

**(30 marks/markah)**

- [b] Consider using the Chebyshev criterion to fit the model  $y = Cx$  to the following data set.

*Pertimbangkan penggunaan kriteria Chebyshev untuk menyuaikan model  $y = Cx$  dengan set data berikut.*

x	1	2	3
y	2	5	8

**Find the value of  $C$  to minimize the largest absolute deviation  $r_i = |y_i - y(x_i)|$  by solving this problem geometrically.**

*Cari nilai  $C$  untuk meminimumkan sisihan mutlak terbesar  $r_i = |y_i - y(x_i)|$  dengan menyelesaikan masalah ini secara geometri.*

**(70 marks/markah)**

2. [a] Describe the characteristics of linear and quadratic spline interpolation. Your description should also include some sketches to distinguish between the two interpolation methods.

*Perihalkan ciri-ciri interpolasi garis lengkung linear dan kuadratik. Penerangan anda juga harus disertakan dengan beberapa lakaran untuk membezakan kedua-dua kaedah interpolasi.*

(30 marks/markah)

- [b] The following incomplete  $y$  versus  $x$  data are given below.

*Data tidak lengkap  $y$  lawan  $x$  diberikan seperti di bawah.*

$x$	1	2	4	6	7
$y$	5	11	?	?	32

The data can be fitted by quadratic spline interpolants given by:

*Data boleh disuaikan dengan interpolasi garis lengkung kuadratik seperti yang disenaraikan di bawah:*

$$\begin{aligned}
 f(x) &= ax - 1, & 1 \leq x \leq 2 \\
 f(x) &= -2x^2 + 14x - 9, & 2 \leq x \leq 4 \\
 f(x) &= bx^2 + cx + d, & 4 \leq x \leq 6 \\
 f(x) &= 25x^2 - 303x + 928, & 6 \leq x \leq 7
 \end{aligned}$$

Where  $a$ ,  $b$ ,  $c$  and  $d$  are constants. Find the equations required to solve for the constants value. Present the equations in matrix form.

*Di mana  $a$ ,  $b$ ,  $c$  dan  $d$  ialah pemalar. Cari persamaan-persamaan yang diperlukan untuk menyelesaikan nilai-nilai pemalar tersebut. Tunjukkan persamaan-persamaan dalam bentuk matriks.*

(70 marks/markah)

3. [a] Discuss the differences between mesh-free and grid-based methods. Please use a sketch to demonstrate the differences between these methods.

*Bincangkan perbezaan antara kaedah-kaedah bebas-jaringan dan berasaskan-grid. Sila gunakan lakaran untuk menunjukkan perbezaan antara kaedah-kaedah ini.*

(20 marks/markah)

- [b] For  $\text{CO}_2$  molecule at  $T = 25^\circ\text{C}$ ,  
 Untuk molekul  $\text{CO}_2$  pada  $T = 25^\circ\text{C}$ ,

- (i) Calculate and plot the Maxwell's distribution function  $f(c)$  for carbon dioxide,  $\text{CO}_2$  at molecular speed,  $c = 100 \text{ ms}^{-1}$ ,  $250 \text{ ms}^{-1}$ ,  $500 \text{ ms}^{-1}$  and  $750 \text{ ms}^{-1}$ . Given:

*Kira dan plot fungsi taburan Maxwell,  $f(c)$  untuk karbon dioksida  $\text{CO}_2$  pada kelajuan molekul,  $c = 100 \text{ ms}^{-1}$ ,  $250 \text{ ms}^{-1}$ ,  $500 \text{ ms}^{-1}$  dan  $750 \text{ ms}^{-1}$ . Diberi:*

- $\text{CO}_2$  molar mass =  $0.044 \text{ kg/mol}$
- $\text{CO}_2$  jisim molar =  $0.044 \text{ kg/mol}$
- Avogadro's number =  $6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Nombor Avogadro =  $6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Boltzmann constant,  $K = 1.38 \times 10^{-23} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ K}^{-1}$
- Pemalar Boltzmann,  $K = 1.38 \times 10^{-23} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ K}^{-1}$

- (ii) Calculate the average and root-mean square (RMS) speed of  $\text{CO}_2$  molecules at temperature ( $100^\circ\text{C}$ ) according to Maxwell's distribution.

*Kira purata dan punca min kuasa dua (RMS) kelajuan molekul  $\text{CO}_2$  pada suhu ( $100^\circ\text{C}$ ) berdasarkan taburan Maxwell.*

(30 marks/markah)

[c]

- (i) The use of smoothing length of the support domain is in direct violation of Newton's Third Law. Discuss the reason for this issue and one method to solve this issue.

*Penggunaan pelonggaran panjang bagi domain sokongan adalah menyalahi Hukum Ketiga Newton. Bincangkan sebab untuk isu ini dan satu kaedah untuk mengatasi masalah ini.*

(10 marks/markah)

- (ii) The dome-shaped quadratic smoothing function with scaling factor,  $\kappa = 1$  is given as:

*Fungsi peralihan berbentuk kubah bagi fungsi pelonggaran kuadratik dengan faktor skala,  $\kappa = 1$  diberikan sebagai:*

$$W(R, h) = (a_0 + a_2 R^2)$$

with  $R = \frac{r}{h}$

- (iii) Calculate the value of  $\alpha_d$  for 3-dimensional (3D) case that satisfy the compact support constraint requirement:

*Kirakan nilai  $\alpha_d$  untuk kes 3 dimensi (3D) yang memenuhi keperluan kekangan sokongan padat.*

$$W(R, h) = \alpha_d(1 - R^2)$$

**(40 marks/markah)**

- oooOooo -