

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1994/95

April 1995

ZCC 301/3 - Ilmu Mekanik Klasik II

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mempunyai TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab KESEMUA LIMA soalan.

Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. Suatu zarah berjisim m bergerak dalam satah tegak dimensi-dua yang pada arah paksi- y ia mengalami tenaga keupayaan graviti (pecutan graviti ialah g), manakala pada arah paksi- x ia memperolehi tahanan yang berubah sebagai Kx . Jika pada masa awal zarah bergerak dengan halaju v dengan arah θ terhadap paksi- x , maka:

(a) carilah ungkapan Lagrangian zarah dan terbitkan ungkapan pecutannya beserta rajah arahnya yang tepat.

(7 markah)

(b) tentukan ungkapan persamaan lintasan zarah dinyatakan dalam perubah (variable) paksi- x dan paksi- y .

(7 markah)

(c) kirakan tinggi maksimum ke arah paksi- y dan tempat jatuh zarah ke arah paksi- x , dan jelaskan bahawa lintasan zarah secara am tak simetri terhadap garis tinggi maksimum.

(6 markah)

2. Lagrangian am suatu sistem osilator harmonik dimensi-dua yang tergendang satu sama lain, dapat dinyatakan sebagai

$$L = \frac{1}{2}m_1\dot{x}^2 + m_0\dot{x}\dot{y} + \frac{1}{2}m_2\dot{y}^2 - \frac{1}{2}k_1x^2 - k_0xy - \frac{1}{2}k_2y^2$$

(a) Terbitkan persamaan gerak sistem sedemikian terungkapkan dalam bentuk persamaan matriks.

(10 markah)

...2/-

- (b) Jika dapat diandaikan $x = A_1 \sin(\omega t + \phi_1)$ dan $y_2 = A_2 \sin(\omega t + \phi_2)$, maka tentukan ungkapan bagi halaju sudut ω .

[Petunjuk: Suatu persamaan matriks yang sifar, supaya menghasilkan penyelesaian yang tak lumrah (trivial), maka determinan faktor matriks yang berkenaan harus disifarkan.]

(10 markah)

3. Diketahui tenaga keupayaan suatu sistem daya pusat diberikan oleh $U = -V_0 + K/r$, di mana V_0 dan K merupakan dua pemalar positif. Jika jisim terkurang (terinduksi), momentum sudut dan tenaga total sistem masing-masing ditandai sebagai m , J dan E (E negatif bagi sistem terikat dan positif bagi sistem terserak), maka:

- (a) carilah ungkapan persamaan lintasan sistem dalam satah yang dinyatakan dalam sistem koordinat bulatan (r, θ) .

(10 markah)

- (b) Tandai ungkapan eksentrisiti sistem dan berikan syarat tenaga yang berkenaan dengan lintasan sistem bersifat sebagai elips, parabola dan hiperbola. Jelaskan pula bahawa kes lintasan sebagai bulatan tak akan wujud.

(10 markah)

4. Suatu sistem yang bergerak dengan halaju \vec{v} dalam suatu rangka yang berotasi dengan halaju sudut $\vec{\Omega}$ (Ω malar), ia memiliki Lagrangian

$$L = \frac{1}{2}m(\vec{v} + \vec{\Omega} \times \vec{r})^2 - U(\vec{r})$$

di mana $U(\vec{r})$ sebagai tenaga keupayaan, \vec{r} merupakan vektor letak dan m menyatakan jisim sistem.

- (a) Terbitkan persamaan gerak sistem dari ungkapan bagi L . Daripadanya, pisahkan ungkapan persamaan yang berkenaan dengan apa yang dinamakan keseimbangan geostropik.

(10 markah)

...3/-

(b) Terbitkan ungkapan Hamiltonian bagi sistem dan jelaskan bahawa adalah tak sesuai menerbitkan persamaan gerak sistem dari ungkapan Hamiltonian bagi kes ini.

(10 markah)

5. Diberikan transformasi $Q = q^s \cosh(np)$ dan $P = q^s \sinh(np)$; di mana s dan n merupakan nombor-nombor, manakala $\{P, Q\}$ dan $\{p, q\}$ masing-masing menyatakan pasangan momentum dan koordinat teritlak.

(a) Tentukan nilai bagi s dan n agar transformasi yang diberikan bersifat kanonikal.

(10 markah)

(b) Terbitkan fungsi penjana yang berkenaan, dan jelaskan bahawa penerbitan itu tak mesti unik.

(10 markah)

- oooOooo -

