UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2003/2004

April 2004

ZCT 304/3 - Keelektrikan dan Kemagnetan

Masa : 3 jam

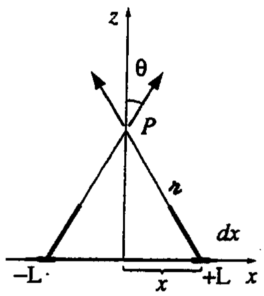
Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **SEMBILAN** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua **ENAM** soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Tunjukkan bahawa medan elektrik pada jarak z dari satu titik tengah satu garisan cas sepanjang $2L$ adalah

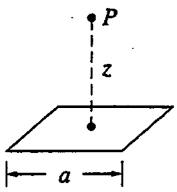
$$E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2\lambda L}{z\sqrt{z^2 + L^2}}$$

Garisan tersebut membawa cas seragam λ Coulomb per meter. Sila rujuk Rajah 1.



Rajah 1

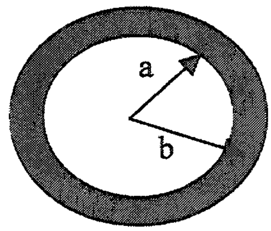
(b) Dengan berpandukan keputusan di atas, dapatkan medan elektrik pada jarak z dari pusatan satu gelung segi empat sama bersisi a. Lihat Rajah 2.



Rajah 2

(100/100)

2. (a) Satu petala sfera membawa ketumpatan cas, $\rho = k/r^2$, di kawasan $a \leq r \leq b$. Lihat Rajah 3. Dengan menggunakan hukum Gauss cari medan elektrik di tiga kawasan berikut: (i) $r < a$, (ii) $a < r < b$, dan (iii) $r > b$. Lakarkan graf $|E|$ melawan r.



Rajah 3

(b) Satu sfera berjejari R membawa ketumpatan cas $\rho(r) = kr$ (di mana k adalah pemalar). Dengan merujuk kepada tenaga di infiniti, hitung tenaga elektrik, W, bagi konfigurasi ini.

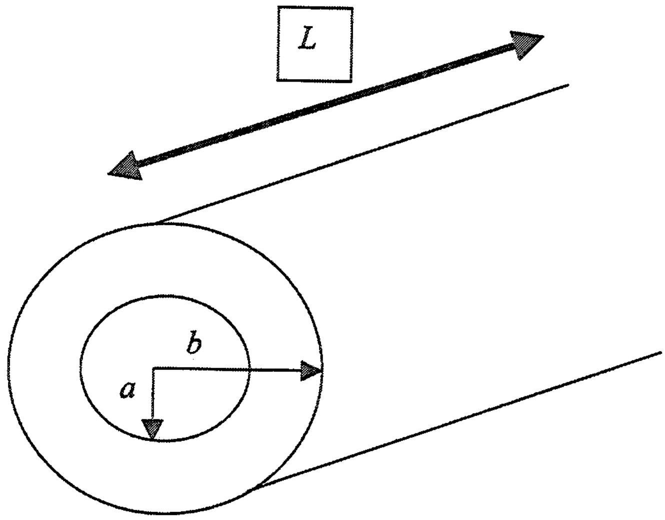
(100/100)

3. (a) Keupayaan elektrik bagi satu konfigurasi cas adalah

$$V(r) = A\frac{\exp(-\lambda r)}{r}$$

di mana A dan λ adalah pemalar. Cari (i) medan elektrik $E(r)$,dan (ii) ketumpatan cas $\rho(r)$.

(b) Satu konduktor logam berbentuk silinder berjejari a dan sepanjang L membawa cas Q. Konduktor ini telah disaluti oleh bahan dielektrik linear (dengan pemalar relatif dielektrik K) setebal $(b-a)$. Dapatkan: (i) $E(r)$ di kawasan $r < a$, $a < r < b$, dan $r > b$, (ii) Pengkutuban $P(r)$ bagi dielektrik tersebut ia itu di kawasan $a < r < b$, dan (iii) ketumpatan cas isipadu terikat, ρ_b , dan ketumpatan cas permukaan terikat, σ_b, di semua permukaan. Rujuk Rajah 4 yang digambarkan di bawah.



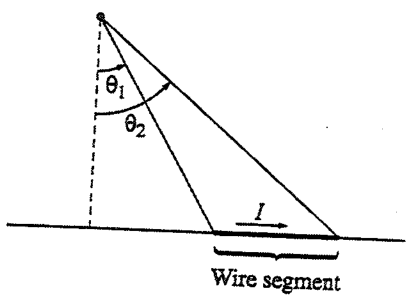
Rajah 4

(100/100)

KEMAGNETAN

4. (a) Rajah di bawah menunjukkan sebahagian dari satu dawai yang panjang membawa arus I. Tunjukkan bahawa medan magnet pada jarak s dari dawai yang dihasilkan oleh sebahagian kecil dawai seperti yang di tunjukkan di Rajah 5 adalah

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi s}\left(\sin\theta_2 - \sin\theta_1\right)$$



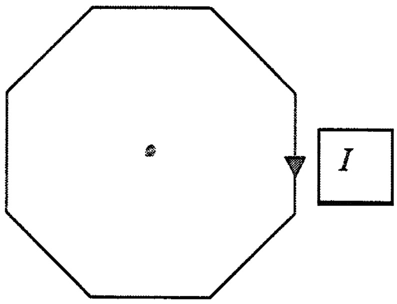
Rajah 5

Dari ungkapan B_z di atas tunjukkan bahawa bagi dawai yang tak terhingga panjangnya nilai medan magnetnya adalah

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi s}$$

Tentusahkan nilai ini dengan menggunakan hukum litar Ampere.

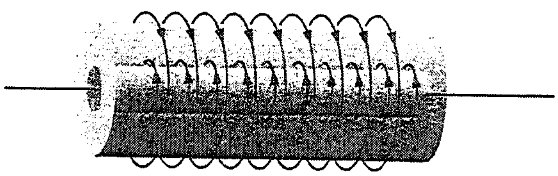
Berpandukan jawapan di atas dapatkan medan magnet di pusatan satu gelung dawai poligon bersisi 8 bahagian membawa arus I. Lihat Rajah 6 di bawah.



Rajah 6

(100/100)

5. (a) Dua solenoid yang sepaksi tiap-tiap satu membawa arus I di arah yang berlawanan seperti yang di tunjukkan oleh Rajah 7. Solenoid bahagian dalam (berjejari a) mempunyai n_1 lilitan per unit meter dan solenoid bahagian luar (berjejari b) mempunyai n_2 lilitan per unit meter. Dapatkan nilai **B** di tiga kawasan berikut: (i) di luar kedua-dua solenoid, (ii) kawasan di antara kedua solenoid, dan (iii) di kawasan dalam solenoid bahagian dalam.



Rajah 7

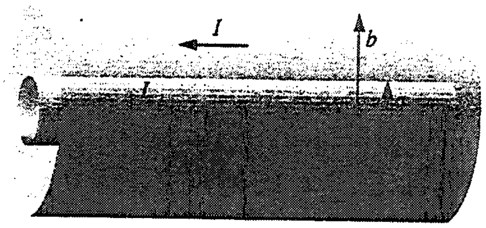
Buktikan hukum litar Ampere bagi keupayaan magnet **A** iaitu $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \Phi_B$ di mana Φ_B adalah fluks magnet yang menembusi lengkungan lengkap C.

Dengan menggunakan hukum litar Ampere bagi keupayaan magnet **A**, dapatkan keupayaan magnet **A** di bahagian dalam dan luar solenoid berjejari R yang membawa arus I dan mempunyai bilangan lilitan n per unit meter. Panduan: B bagi solenoid tersebut adalah $\mu_0 nI$.

(100/100)

6. (a) Satu silinder bulat yang panjang berjejari R mempunyai pemagnetan $\mathbf{M} = ks^2\hat{\boldsymbol{\varphi}}$, di mana k adalah pemalar, s jarak dari paksi silinder dan $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ adalah unit vector azimuth. (i) Apakah ketumpatan arus isipadu $\mathbf{J}_b$ dan ketumpatan arus permukaan $\mathbf{K}_b$ yang diperolehi oleh silinder ini? (ii) Hitung medan magnet di bahagian dalam dan luar silinder.

(b) Satu kebal sepaksi membawa arus I (arus mengalir ke bawah melalui permukaan silinder dalam berjejari a dan balik semula melalui silinder luar berjejari b). Dapatkan tenaga magnet yang mampu disimpan oleh kabel sepanjang L. Sila rujuk Rajah 8. Panduan: Dapatkan medan magnet di kawasan antara silinder dahulu dengan menggunakan hukum litar Ampere.



Rajah 8

(100/100)

LAMPIRAN

Kalkulus Vektor

Koordinat Kartesian

$$\vec{\nabla}u = \hat{x}\frac{\partial u}{\partial x} + \hat{y}\frac{\partial u}{\partial y} + \hat{z}\frac{\partial u}{\partial z} \qquad \vec{\nabla}^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \hat{x}(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}) + \hat{y}(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}) + \hat{z}(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})$$

$d\tau = dx\, dy\, dz \qquad da_x = \pm\, dy\, dz \qquad da_y = \pm\, dx\, dz \qquad da_z = \pm\, dx\, dy$

$dl = \hat{x}\, dx + \hat{y}\, dy + \hat{z}\, dz$

Koordinat Silinder/Polar

$$\vec{\nabla}u = \hat{\rho}\frac{\partial u}{\partial \rho} + \hat{\phi}\frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial \phi} + \hat{z}\frac{\partial u}{\partial z} \qquad \vec{\nabla}^2 u = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho\frac{\partial u}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \hat{\rho}(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}) + \hat{\phi}(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho}) + \hat{z}[\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho A_\phi) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\rho}{\partial \phi}]$$

$d\tau = \rho\, d\rho\, d\phi\, dz \qquad dl = \hat{\rho}\, d\rho + \hat{\phi}\, \rho\, d\phi + \hat{z}\, dz$

$da_\rho = \pm\,\rho\, d\phi\, dz \qquad da_\phi = \pm\, d\rho\, dz \qquad da_z = \pm\,\rho\, d\rho\, d\phi$

$\hat{\rho} = \cos\phi\,\hat{x} + \sin\phi\,\hat{y} \qquad \hat{\phi} = -\sin\phi\,\hat{x} + \cos\phi\,\hat{y}$

Koordinat Sfera

$$\vec{\nabla}u = \hat{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \hat{\theta}\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta} + \hat{\phi}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial u}{\partial \phi}$$

$$\vec{\nabla}^2 u = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial u}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 A_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\, A_\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{A}=\frac{\hat{r}}{r\sin\theta}[\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta A_\phi)-\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}]+\frac{\hat{\theta}}{r}[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi}-\frac{\partial}{\partial r}(r A_\phi)]+\frac{\hat{\phi}}{r}[\frac{\partial}{\partial r}(r A_\theta)-\frac{\partial A_r}{\partial\theta}]$$

$d\tau = r^2\sin\theta \; dr\, d\theta\, d\phi$ $\quad da_r = \pm r^2\sin\theta \; d\theta\, d\phi$ $\quad da_\theta = \pm r\sin\theta \; dr\, d\phi$ $\quad da_\phi = \pm r \; d\, r d\theta$

$dl = \hat{r}\, dr + \hat{\theta}\, r\, d\theta + \hat{\phi}\, r\sin\theta\, d\phi$

$\hat{r} = \sin\theta\cos\phi\,\hat{x} + \sin\theta\sin\phi\,\hat{y} + \cos\theta\,\hat{z}$ $\qquad \hat{\theta} = \cos\theta\cos\phi\,\hat{x} + \cos\theta\sin\phi\,\hat{y} - \sin\theta\,\hat{z}$

$\hat{\phi} = -\sin\phi\,\hat{x} + \cos\phi\,\hat{y}$

Persamaan Vektor

$\overline{A}\cdot(\overline{B}\times\overline{C}) = (\overline{A}\times\overline{B})\cdot\overline{C} = \overline{C}\cdot(\overline{A}\times\overline{B}) = (\overline{C}\times\overline{A})\cdot\overline{B} = \overline{B}\cdot(\overline{C}\times\overline{A})$

$\overline{A}\times(\overline{B}\times\overline{C}) = \overline{B}(\overline{A}\cdot\overline{C}) - \overline{C}(\overline{A}\cdot\overline{B})$

Pembezaan Hasildarab:

$\overline{\nabla}(fg) = f\,\overline{\nabla}g + g\,\overline{\nabla}f$

$\overline{\nabla}(\overline{A}\cdot\overline{B}) = \overline{A}\times(\overline{\nabla}\times\overline{B}) + \overline{B}\times(\overline{\nabla}\times\overline{A}) + (\overline{A}\cdot\overline{\nabla})\overline{B} + (\overline{B}\cdot\overline{\nabla})\overline{A}$

$\overline{\nabla}\cdot(f\overline{A}) = f(\overline{\nabla}\cdot\overline{A}) + \overline{A}\cdot(\overline{\nabla}f)$

$\overline{\nabla}\cdot(\overline{A}\times\overline{B}) = \overline{B}\cdot(\overline{\nabla}\times\overline{A}) - \overline{A}\cdot(\overline{\nabla}\times\overline{B})$

$\overline{\nabla}\times(f\overline{A}) = f(\overline{\nabla}\times\overline{A}) - \overline{A}\times(\overline{\nabla}f)$

$\overline{\nabla}\times(\overline{A}\times\overline{B}) = \overline{A}(\overline{\nabla}\cdot\overline{B}) - \overline{B}(\overline{\nabla}\cdot\overline{A}) + (\overline{B}\cdot\overline{\nabla})\overline{A} - (\overline{A}\cdot\overline{\nabla})\overline{B}$

Pembezaan Kedua:

$\overline{\nabla}\times(\overline{\nabla}\times\overline{A}) = \overline{\nabla}(\overline{\nabla}\cdot\overline{A}) - \overline{\nabla}^2\overline{A}$

$\overline{\nabla}\cdot(\overline{\nabla}\times\overline{A}) = 0$

$\overline{\nabla}\times(\overline{\nabla}f) = 0$

Teorem Kamiran:

$\int_V (\overline{\nabla}\cdot\overline{A})\,dV = \oint_S \overline{A}\cdot\hat{n}\,dS$ $\qquad$ Teorem Gauss (Kecapahan)

$\int_S (\overline{\nabla} \times \overline{A}) \cdot \hat{n}\, dS = \oint_C \overline{A} \cdot d\overline{l}$ Teorem Stoke (Keikalan)

$\int_V (f\,\overline{\nabla}^2 g - g\,\overline{\nabla}^2 f) dV = \oint_S (f\,\overline{\nabla} g - g\,\overline{\nabla} f) \cdot \hat{n}\, dS$ Teorem Green

Panduan Matematik

Kamiran yang berguna:

$$\int_{-1}^{1} \frac{(z - r\mu)d\mu}{(r^2 + z^2 - 2zr\mu)^{3/2}} = \frac{1}{z^2}\left(\frac{z-r}{|z-r|} + \frac{z+r}{|z+r|}\right)$$

$$\int_{-1}^{1} \frac{d\mu}{(r^2 + z^2 - 2zr\mu)^{1/2}} = \frac{1}{zr}(|z+r| - \lfloor z-r \rfloor)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = ln\left(x + \sqrt{a^2 + x^2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} arctan \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{x}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$$

$$\int x e^{ax} dx = e^{ax}\left[\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2}\right]$$

Pengembangan Binonial:

$$(1 + \varepsilon)^p = 1 + p\varepsilon + \frac{p(p-1)}{2!}\varepsilon^2 + \frac{p(p-1)(p-2)}{3!}\varepsilon^3 + \ldots$$

Pemalar-pemalar yang berguna:

$k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}$ pemalar ketelusan, $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \dfrac{C^2}{N \cdot m^2}$

pemalar ketelapan, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \dfrac{T \cdot m}{A}$

cas elektron, $e = 1.602 \times 10^{-19} C$