UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac 2004

ZCT 304/3 – Keelektrikan Dan Kemagnetan

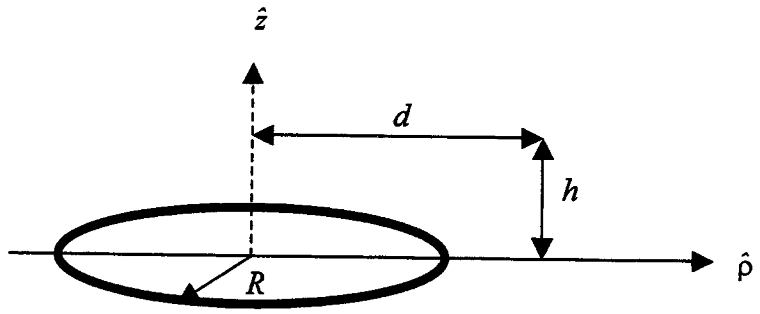
Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TUJUH** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua **ENAM** soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

BAHAGIAN KEELEKTRIKAN

1. (a) Pertimbangkan konfigurasi garisan berbentuk bulatan seperti di Rajah 1. Ia mempunyai ketumpatan cas garisan λ Coul m^{-1}. Cari $\vec{E}$ di titik P dengan menggunakan kordinat silinderan. (Anda tidak perlu selesaikan kamiran yang terhasil).



Rajah 1

(b) Satu silinder dielektrik yang panjang berjejari a mengandungi ketumpatan cas bebas $\rho_f = r/\alpha$ di mana α adalah pemalar. Dapatkan medan elektrik di kawasan $r \leq a$ dan $r \geq a$. Gunakan hukum Gauss.

(100/100)

2. Suatu sfera dielektrik telah terkutub dengan vektor pengkutuban $\vec{P} = (K/r)\hat{r}$, $\hat{r}$ merupakan vektor unit jejarian.

(a) Hitung ketumpatan isipadu cas terikat, ρ_b dan ketumpatan permukaan cas terikat, σ_b.

(b) Dengan menggunakan hukum Gauss bagi dielektrik, hitung ketumpatan isipadu cas bebas, ρ_f.

(c) Cari tenaga keupayaan elektrik yang diperolehi sfera dielektrik tersebut.

(d) Hitung keupayaan elektrik, V, di bahagian dalam dan luar sfera.

(100/100)

3. (a) Buktikan bahawa ketumpatan permukaan cas bebas di permukaan konduktor adalah $\sigma = \varepsilon_0 E_\perp$ di mana $E_\perp$ adalah komponen medan elektrik yang tegak lurus dengan permukaan konduktor.

(b) Satu kapasitor berbentuk sfera mengandungi dua petala sfera konduktor yang sepusat berjejari r_a dan r_b ($r_a < r_b$). Petala bahagian dalam di caskan supaya mempunyai keupayaan elektrik V_0 dan petala bahagian luar mempunyai keupayaan elektrik $V=0$. Ruang di antara kedua petala telah diisi dengan cas di mana ketumpatan casnya adalah $\rho = \rho_0 r$ (ρ_0 adalah pemalar).

(i) Dengan menggunakan persamaan Poisson, hitung keupayaan elektrik, V yang terhasil di ruang antara kedua konduktor.

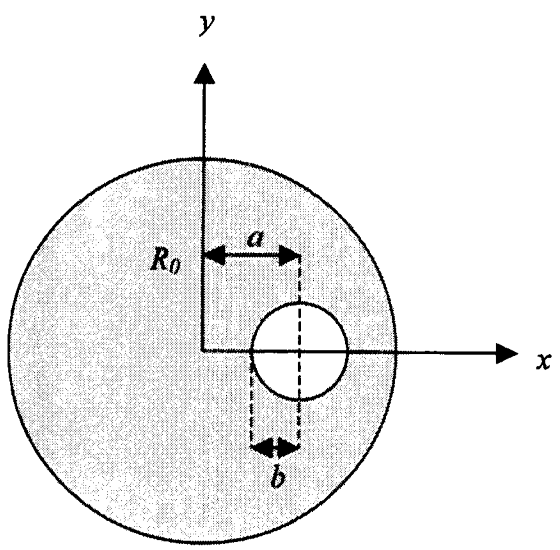
(ii) Apakah ketumpatan permukaan cas bebas di tiap-tiap konduktor?

(100/100)

BAHAGIAN KEMAGNETAN

4. (a) Suatu konduktor silinder panjang berjejari R_0 dengan paksinya selari dengan paksi z, membawa taburan arus seragam I_0 dalam arah +z. Kirakan medan magnet $\overline{B}$ di dalam dan di luar silinder.

(b) Satu lubang berbentuk silinder di buat dalam konduktor tersebut selari dengan paksi silinder supaya keratan rentasnya seperti dalam Rajah 2. Titik tengah lubang tersebut berada di $x = a$, dan jejarinya ialah b. Konduktor ini membawa arus I_0 seperti dalam (a). Tentukan pula medan magnet dalam lubang ini.



Rajah 2

(100/100)

5. (a) Suatu solenoid panjang dengan lilitan yang padat membawa arus yang bergantung kepada masa $I_S(t)$.

 (i) Tentukan medan elektrik pada jejari r di dalam dan di luar solenoid. Gunakan magnetostatik untuk mengira medan $\overline{B}$ untuk arus mantap dan untuk arus yang berubah.

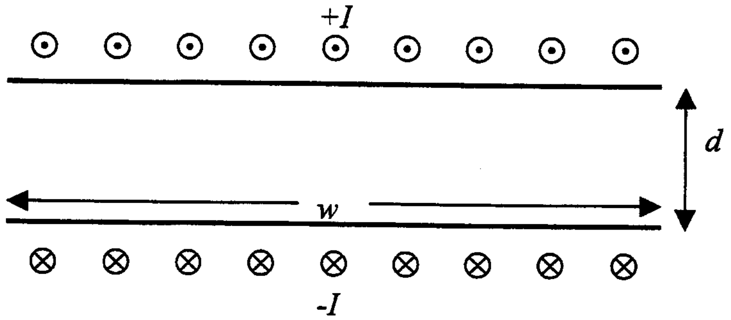
 (ii) Daripada keputusan bahagian (i), kirakan keikalan $\overline{E}$ pada jejari r.

 (b) Dua arus yang sama tetapi bertentangan, $+I$ dan $-I$ mengalir dalam dua plat panjang yang selari seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 3. Plat-plat tersebut mempunyai kelebaran w dan jarak pemisahan d antara plat-platnya dimana d adalah kecil.

 (i) Dengan mengabaikan kesan sisi, kirakan medan magnet antara plat-plat dengan hukum Ampere.

 (ii) Kirakan tenaga medan magnet seunit panjang.

 (iii) Gunakan keputusan bahagian (ii) untuk menunjukkna bahawa swa-induktans seunit panjang adalah bersamaan dengan $\frac{\mu_0 d}{w}$.



Rajah 3

(100/100)

6. (a) Satu silinder panjang kuprum ditempatkan dalam medan magnet $B_0\,\hat{k}$ selari dengan paksi silinder di mana $B_0 = 1\ T$. Kirakan medan magnet $\overline{B}$ di dalam dan di luar silinder, dan kirakan juga ketumpatan arus permukaan yang terikat, $\overline{K}_b$. Diberi, kerentanan magnet bagi kuprum ialah $\chi_m = -9.6\times10^{-6}$.

(b) Katakan pula medan magnet yang dikenakan tegak lurus dengan paksi silinder dalam arah x, iaitu $B_0\hat{i}$ di mana $B_0 = 1\ T$. Kirakan medan magnet $\overline{B}$ di dalam dan di luar silinder jika jejari silinder ialah $a = 1\,m$. Gunakan keupayaan skalar magnet dalam koordinat silinder.

(100/100)

Vector Derivatives

Cartesian Coordinates

$$d\boldsymbol{\ell} = \hat{\mathbf{i}}\,dx + \hat{\mathbf{j}}\,dy + \hat{\mathbf{k}}dz\,, \qquad dV = dx\,dy\,dz$$

$$\nabla f = \hat{\mathbf{i}}\,\frac{\partial f}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}}\,\frac{\partial f}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}}\frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \hat{\mathbf{i}}\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + \hat{\mathbf{j}}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \hat{\mathbf{k}}\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)$$

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Cylindrical Coordinates

$$d\boldsymbol{\ell} = \hat{\mathbf{r}}dr + \hat{\boldsymbol{\phi}}r\,d\phi + \hat{\mathbf{k}}dz\,, \qquad dV = r\,dr\,d\phi\,dz$$

$$\nabla f = \hat{\mathbf{r}}\frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\boldsymbol{\phi}}\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \phi} + \hat{\mathbf{k}}\frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \hat{\mathbf{r}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right) + \hat{\boldsymbol{\phi}}\left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right) + \hat{\mathbf{k}}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi) - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \phi}\right]$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Spherical Coordinates

$$d\boldsymbol{\ell} = \hat{\mathbf{r}}dr + \hat{\boldsymbol{\theta}}r\,d\theta + \hat{\boldsymbol{\phi}}r\sin\theta\,d\phi\,, \qquad dV = r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\phi$$

$$\nabla f = \hat{\mathbf{r}}\frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\boldsymbol{\theta}}\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta} + \hat{\boldsymbol{\phi}}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 A_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\, A_\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\, A_\phi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi}\right] + \frac{\hat{\boldsymbol{\theta}}}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi)\right] + \frac{\hat{\boldsymbol{\phi}}}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right]$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$$

Vector Formulas

$$\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C}) = (\mathbf{A}\times\mathbf{B})\cdot\mathbf{C} = \mathbf{C}\cdot(\mathbf{A}\times\mathbf{B}) = (\mathbf{C}\times\mathbf{A})\cdot\mathbf{B} = \mathbf{B}\cdot(\mathbf{C}\times\mathbf{A})$$

$$\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})$$

$$(\mathbf{A}\times\mathbf{B})\cdot(\mathbf{C}\times\mathbf{D}) = (\mathbf{A}\cdot\mathbf{C})(\mathbf{B}\cdot\mathbf{D}) - (\mathbf{A}\cdot\mathbf{D})(\mathbf{B}\cdot\mathbf{C})$$

Derivatives of Sums

$$\nabla(f+g) = \nabla f + \nabla g$$

$$\nabla\cdot(\mathbf{A}+\mathbf{B}) = \nabla\cdot\mathbf{A} + \nabla\cdot\mathbf{B}$$

$$\nabla\times(\mathbf{A}+\mathbf{B}) = \nabla\times\mathbf{A} + \nabla\times\mathbf{B}$$

Derivatives of Products

$$\nabla(fg) = f\nabla g + g\nabla f$$

$$\nabla(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}) = \mathbf{A}\times(\nabla\times\mathbf{B}) + \mathbf{B}\times(\nabla\times\mathbf{A}) + (\mathbf{A}\cdot\nabla)\mathbf{B} + (\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{A}$$

$$\nabla\cdot(f\mathbf{A}) = f(\nabla\cdot\mathbf{A}) + \mathbf{A}\cdot(\nabla f)$$

$$\nabla\cdot(\mathbf{A}\times\mathbf{B}) = \mathbf{B}\cdot(\nabla\times\mathbf{A}) - \mathbf{A}\cdot(\nabla\times\mathbf{B})$$

$$\nabla\times(f\mathbf{A}) = f(\nabla\times\mathbf{A}) - \mathbf{A}\times(\nabla f)$$

$$\nabla\times(\mathbf{A}\times\mathbf{B}) = \mathbf{A}(\nabla\cdot\mathbf{B}) - \mathbf{B}(\nabla\cdot\mathbf{A}) + (\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{A} - (\mathbf{A}\cdot\nabla)\mathbf{B}$$

Second Derivatives

$$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{A}) = \nabla(\nabla\cdot\mathbf{A}) - \nabla^2\mathbf{A}$$

$$\nabla\cdot(\nabla\times\mathbf{A}) = 0$$

$$\nabla\times(\nabla f) = 0$$

Integral Theorems

$$\int_V (\nabla\cdot\mathbf{A})\,dV = \oint_S \mathbf{A}\cdot\hat{\mathbf{n}}\,dS$$ Gauss's (divergence) Theorem

$$\int_S (\nabla\times\mathbf{A})\cdot\hat{\mathbf{n}}\,dS = \oint_C \mathbf{A}\cdot d\boldsymbol{\ell}$$ Stokes's (curl) Theorem

$$\int_{\mathbf{a}}^{\mathbf{b}} (\nabla f)\cdot d\boldsymbol{\ell} = f(\mathbf{b}) - f(\mathbf{a})$$

$$\int_V \left(f\nabla^2 g - g\nabla^2 f\right)dV = \oint_S (f\nabla g - g\nabla f)\cdot\hat{\mathbf{n}}\,dS$$ Green's Theorem