



Final Examination
2017/2018 Academic Session

May/June 2018

JIM101 – Calculus
[Kalkulus]

Duration: 3 hours
[Masa: 3 jam]

Please ensure that this examination paper contains **SEVEN** printed pages before you begin the examination.

Answer **ALL** questions.

Read the instructions carefully before answering.

Each question is worth 100 marks.

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

*Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TUJUH** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.*

*Jawab **SEMUA** soalan.*

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah digunapakai.

1. (a). State the domain and range of the following functions:

(i). $\sqrt{x^2+1}$

(ii). $\sqrt{x+1}$

(iii). $\frac{x+1}{x-1}$

(50 marks)

(b). Evaluate the following limits:

(i). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin(4x)}$

(ii). $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2}{3x^2-4x+5}$

(iii). $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

(50 marks)

2. (a). Solve the following equations in z

(i). $\frac{\bar{z}}{1-z} = 2-3i$

(ii). $(1+i)e^{iz} - e^{-2z} = 0$

(40 marks)

(b). Write the following complex numbers in polar form

(i). $\frac{1+i}{\sqrt{3}+i}$,

(ii). $(1-i)^{50}$.

(30 marks)

(c). Prove that for any complex numbers z_1 and z_2 , satisfy

$$|z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + 2\operatorname{Re}(z_1\bar{z}_2) + |z_2|^2$$

(30 marks)

3. (a). Express $\sin(4\theta)$ in terms of $\sin \theta$ and $\cos \theta$.

(30 marks)

- (b). Compute the following integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin \theta)^3 d\theta.$$

(30 marks)

- (c). Find $\frac{d}{dx} \left[\frac{x^2 + 1}{x^3(x-1)^2} \right]$.

(40 marks)

4. (a). Consider the function $g(x) = \frac{1}{2}x + \cos x$.

- (i). Find all the critical points of $g(x)$ for $0 < x < 2\pi$.
- (ii). Classify each of the critical point you found in part (i) as a local maximum or a local minimum (or neither).

(40 marks)

- (b). Let $(2, -1)$ be the centre of a circle with radius $\sqrt{2}$.

- (i). Write an equation for this circle.
- (ii). Find an equation for the tangent line to the circle at the point $(3, 0)$.
- (iii). Draw the circle from (i). and the line from (ii). together.

(60 marks)

5. (a). Find the area bounded by the curves $f(x) = e^x$, $g(x) = x + 1$ and $x = 2$.

(30 marks)

- (b). Find the volume of the solid of revolution generated by revolving the region bounded by $y = \sqrt{\ln x}$, $y = 0$ and $x = e$ about the x -axis.

(30 marks)

- (c). Consider the plane curve

$$r = \frac{10}{1 + \sin \theta}.$$

- (i). Is this a circle, ellipse, parabola or hyperbola?
(ii). Find the (Cartesian) coordinates of the point closest to the origin.
(iii). Express the equation of the curve in Cartesian coordinates.

(40 marks)

1. (a). Nyatakan domain dan julat kepada fungsi berikut:

(i). $\sqrt{x^2 + 1}$

(ii). $\sqrt{x+1}$

(iii). $\frac{x+1}{x-1}$

(50 markah)

(b). Taksirkan had berikut:

(i). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin(4x)}$

(ii). $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2}{3x^2 - 4x + 5}$

(iii). $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

(50 markah)

2. (a). Selesaikan persamaan berikut dalam z

(i). $\frac{\bar{z}}{1-z} = 2-3i$

(ii). $(1+i)e^{iz} - e^{-2z} = 0$

(40 markah)

(b). Tulis nombor kompleks berikut dalam bentuk kutub

(i). $\frac{1+i}{\sqrt{3}+i}$,

(ii). $(1-i)^{50}$.

(30 markah)

(c). Buktikan bahawa untuk sebarang nombor kompleks z_1 dan z_2 memuaskan

$$|z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + 2\operatorname{Re}(z_1\bar{z}_2) + |z_2|^2$$

(30 markah)

3. (a). Nyatakan $\sin(4\theta)$ dalam bentuk $\sin \theta$ dan $\cos \theta$.

(30 markah)

- (b). Hitung kamiran berikut

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin \theta)^3 d\theta.$$

(30 markah)

- (c). Cari $\frac{d}{dx} \left[\frac{x^2 + 1}{x^3(x-1)^2} \right]$.

(40 markah)

4. (a). Pertimbangkan fungsi $g(x) = \frac{1}{2}x + \cos x$.

(i). Cari semua titik kritikal $g(x)$ untuk $0 < x < 2\pi$.

(ii). Klasifikasi setiap titik kritikal yang anda dapati dalam bahagian (i). sebagai maksimum tempatan atau minimum tempatan (atau tidak).

(40 markah)

- (b). Letakkan $(2, -1)$ menjadi pusat bulatan dengan radius $\sqrt{2}$.

(i). Tulis persamaan untuk bulatan ini.

(ii). Cari persamaan untuk garis tangen pada bulatan di titik $(3, 0)$.

(iii). Lukis bulatan dari (i). dan garis dari (ii). bersama.

(60 markah)

- 7 -

5. (a). Cari luas kawasan yang dibatasi oleh lengkung $f(x) = e^x$, $g(x) = x+1$ dan $x=2$.

(30 markah)

- (b). Cari isipadu pepejal yang terjana oleh pusingan rantau yang dibatasi oleh $y = \sqrt{\ln x}$, $y=0$ dan $x=e$ sekitar satah-x.

(30 markah)

- (c). Pertimbangkan lengkung satah

$$r = \frac{10}{1 + \sin \theta}.$$

- (i). Adakah ini bulatan, elips, parabola atau hiperbola?
(ii). Cari koordinat (Cartesian) titik yang paling dekat dengan asalnya.
(iii). Nyatakan persamaan lengkung itu dalam koordinat Cartesian.

(40 markah)

- oooOooo -