

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1998/99

Februari 1999

MSG 283/481 - Pengiraan Kejuruteraan II

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam DUA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

- 1.(a) Dengan menggunakan kaedah FTCS, dapatkan penyelesaian di $x=0.25$ dan $x=0.5$ pada $t=0.2$ dan $t=0.4$ bagi:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{3\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < 1, & \quad t > 0 \\ u(0, t) &= u(1, t) = 0, & \forall t > 0 \\ u(x, 0) &= \sin \pi x, & 0 \leq x \leq 1.\end{aligned}$$

Guna $\Delta x = 0.25$, $\Delta t = 0.2$.

- (b) Dengan menggunakan kaedah Crank-Nicolson, dapatkan penyelesaian di $x=0.25$ pada $t=0.2$ bagi

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{3\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < 1, & \quad t > 0 \\ u(0, t) &= u(1, t) = 0, & \forall t > 0 \\ u(x, 0) &= \sin \pi x, & 0 \leq x \leq 1.\end{aligned}$$

Guna $\Delta x = 0.25$, $\Delta t = 0.2$.

(100/100)

- 2.(a) Tunjukkan kaedah Crank-Nicolson adalah konsisten dengan persamaan haba

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

...2/-

- (b) Dengan menggunakan kaedah von Neumann, analisis kestabilan kaedah $u_i^{n+1} = u_i^n + r(u_{i-1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i+1}^{n+1})$ untuk persamaan haba $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

Nota: $r = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$.

(100/100)

- 3.(a) Pertimbang masalah nilai awal sempadan

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < 1, & \quad t > 0 \\ u(0, t) &= u(1, t) = 0, & \forall t > 0 \\ u(x, 0) &= \sin(\pi x), & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) &= 0, & 0 \leq x \leq 1. \end{aligned}$$

Terbitan suatu skema beza terhingga tak tersirat dengan menggunakan hampiran beza pusat untuk $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ dan $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$. Seterusnya dapatkan penyelesaian di $x = 0.25, 0.5$ pada $t = 0.25, 0.5$. Guna $\Delta x = 0.25, \Delta t = 0.25$.

- (b) Tulis nota-nota mengenai:

- (i) Teorem Gerschgorin Pertama,
- (ii) Kaedah A.D.I. untuk Persamaan Laplace.

(100/100)

- 4.(a) Pertimbang masalah nilai sempadan

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= 0, & 0 < x < 1, & \quad 0 < y < 2 \\ u(x, 0) &= x^2, & u(x, 2) &= (x-2)^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, y) &= y^2, & u(1, y) &= (y-1)^2, & 0 \leq y \leq 2. \end{aligned}$$

Tulis sistem linear yang terbentuk jika kaedah beza terhingga dengan hampiran beza pusat digunakan untuk menyelesaikan masalah. Guna $\Delta x = 1/3, \Delta y = 0.5$. Laksanakan dua lelaran kaedah Jacobi ke atas sistem ini.

- (b) Selesaikan menggunakan kaedah beza terhingga dengan hampiran beza pusat:

$$\begin{aligned} y'' &= 4(y - x) \\ y(0) &= 0, \quad y(1) = 2 \end{aligned}$$

Guna $h = 0.25$.

(100/100)