

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2003/2004

September / Oktober 2003

MAT 516 – KAEDAH LENGKUNG DAN PERMUKAAN UNTUK RGBK

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT [4]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua** lapan soalan.

...2/-

1. (a) Katakan suatu lengkung Bezier kubik $r(t)$ dikawal oleh titik $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,-2)$ dan $(3,0)$. Cari titik persilangan lengkung ini dengan garis yang menghubungkan titik hujung $(0,0)$ dan $(3,0)$.
- (b) Suatu garis $r(t) = (2t, t-1, t+2)$ dengan t sebagai nombor nyata bersilang dengan suatu permukaan $\frac{1}{2}x^2 + y^2 - z^2 + 7 = 0$. Dapatkan titik persilangan tersebut.

[12 markah]

2. (a) Huraikan cara untuk membina suatu lengkung Bezier kuadratik nisbah yang melalui tiga titik $(0,0)$, $(2,3)$ dan $(4,0)$ secara berturut. Beri syarat lengkung tersebut adalah suatu parabola.
- (b) Suatu lengkung Bezier kuartik dengan titik kawalan $P_i : i = 0,1,2,3,4$, diberi sebagai:

$$r(t) = (1-t)^4 P_0 + 4(1-t)^3 t P_1 + 6(1-t)^2 t^2 P_2 + 4(1-t)t^3 P_3 + t^4 P_4$$

dengan $0 \leq t \leq 1$. Berikan alasan secara geometri mengenai titik kawalan jika titik $r(0.5) = P_2$.

[12 markah]

3. (a) Tulis suatu fungsi $f(t) = t^3 + 2t - 5$ dalam bentuk $f(t) = (1-t)^2(1-3t)b_0 + 5(1-t)^2 t b_1 + 5(1-t)t^2 b_2 + t^2(3t-2)b_3$ dengan $0 \leq t \leq 1$ dan $b_i, i = 0,1,2,3$ adalah nombor nyata.
- (b) Suatu garis lurus $r(t)$ yang menghubungkan b_0 dan b_1 diberi oleh

$$r(t) = \frac{(1-t)w_0 b_0 + t w_1 b_1}{(1-t)w_0 + t w_1}, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Terangkan bagaimana pemberat diumpukkan agar $r(0.5)$ membahagikan segmen $b_0 b_1$ dalam nisbah $1:3$. Secara geometri terangkan kedudukan titik $r(0.5)$ apabila $w_0, w_1 \rightarrow \infty$.

[12 markah]

4. (a) Suatu lengkung Ball kubik yang diberi sebagai

$$b(t) = (1-t)^2 b_0 + 2(1-t)t b_1 + 2(1-t)t^2 b_2 + t^2 b_3$$

dengan $0 \leq t \leq 1$ dihubungkan dengan suatu lengkung kubik

$q(t) = (1-t)^2(1+(2-\alpha)t)q_0 + \alpha(1-t)^2 t q_1 + \beta(1-t)t^2 q_2 + t^2(1+(2-\beta)(1-t))q_3$
dengan $\alpha, \beta \in R$, dan $0 \leq t \leq 1$. Jika $b_3 = q_0$, beri syarat supaya lengkung gabungan ini adalah selanjur secara C^1 pada titik hubungan.

- (b) Suatu lengkung Bezier kuadratik $P(t) = \sum_{i=0}^2 B_i^2(t)p_i$ adalah selanjur secara G^2 dengan semi bulatan $x^2 + y^2 - 1 = 0$ pada titik $(1, 0)$. Cari titik kawalan $P(t)$?

[12 markah]

5. (a) Adakah lengkung Bezier kuadratik nisbah dengan pemberat 1, 2, dan 4 sebertuk dengan suatu lengkung Bezier kuadratik nisbah yang dikawal oleh titik kawalan yang sama tetapi pemberatnya ialah 1, 4, dan 16? Beri alasan yang sesuai.
- (b) Tunjukkan garis $r(t) = (2t-1, t+1)$, $t \in R$ dan garis $y = 0.5x + 1.5$ adalah garis yang sama.

[12 markah]

6. (a) Suatu splin-B darjah lima dengan vektor knot $\{t_0, t_1, t_2, \dots, t_{25}, t_{26}\}$ yang dikawal oleh $\{b_0, b_1, b_2, \dots, b_{19}, b_{20}\}$ diberi sebagai

$$r(t) = \sum_{i=0}^{26} N_{i,5}(t)b_i \text{ dengan}$$

$$N_{i,0}(t) = \begin{cases} 1, & t \in [t_i, t_{i+1}] \\ 0, & t \notin [t_i, t_{i+1}] \end{cases}$$

$$N_{i,k}(t) = \frac{t-t_i}{t_{i+k}-t_i} N_{i,k-1}(t) + \frac{t_{i+k+1}-t}{t_{i+k+1}-t_{i+1}} N_{i+1,k-1}(t)$$

Berikan titik kawalan yang menakrifkan cebis dengan knot $\{t_9, t_{10}\}$.

- (b) Suatu Splin-B kuartik dengan vektor knot $\{0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1\}$ dan titik kawalan b_0, b_1, b_2, b_3, b_4 diberi oleh

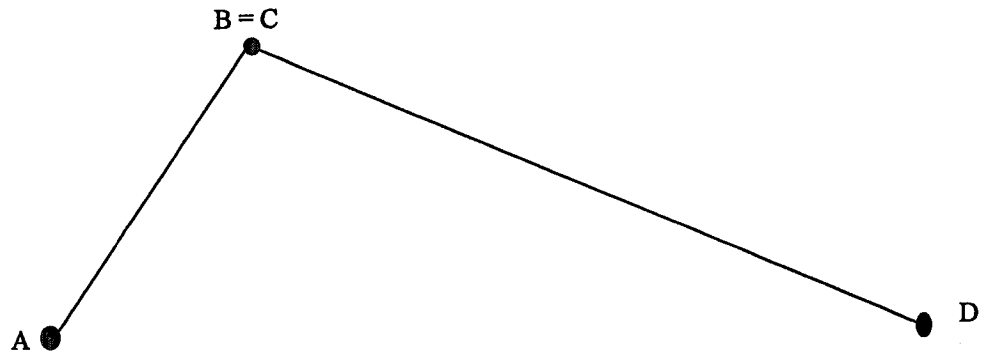
$$r(t) = \sum_{i=0}^4 N_{i,4}(t)b_i$$

Dapatkan pekali untuk setiap b_i pada $t = 0.5$

[12 markah]

...4/-

7. (a) Diberi A , $B = C$, dan D adalah titik kawalan untuk suatu lengkung Bezier kubik. Dengan menggunakan algoritma de Casteljau, tandakan titik apabila $t = 0.5$ dengan menunjukkan pembinaan geometri. Dapatkan juga koordinat titik tersebut jika diberi $A(0,0)$, $B(1,1)$, $C(1,1)$ dan $D(4,0)$



- (b) Suatu lengkung $r(t) = (x(t), y(t))$ diberi oleh
 $r(t) = (x(t), y(t)) = f_0(t)(0,0) + f_1(t)(1,1) + f_2(t)(1,1) + f_3(t)(2,0)$
 dengan

$$f_0(t) = (1-t)^2(1+(2-\alpha)t)$$

$$f_1(t) = \alpha(1-t)^2t$$

$$f_2(t) = \beta(1-t)t^2$$

$$f_3(t) = t^2(1+(2-\beta)(1-t))$$

α , β nombor nyata dan $0 \leq t \leq 1$. Cari $r'(0.5)$ dan seterusnya cari selang nilai α dan β supaya lengkung tidak mempunyai gelung atau punding.

[12 markah]

8. (a) Dapatkan titik kawalan terbitan separa terhadap s dan t untuk suatu permukaan bi-kuadratik Bezier $S(s, t) = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 B_i^2(s) B_j^2(t) b_{i,j}$ yang dikawal oleh titik-titik

$$b_{0,0} = (2,2,0), b_{0,1} = (2,4,1), b_{0,2} = (2,6,0)$$

$$b_{1,0} = (4,3,1), b_{1,1} = (4,5,3), b_{1,2} = (4,6,1)$$

$$b_{2,0} = (6,2,0), b_{2,1} = (6,3,1), b_{2,2} = (6,5,0)$$

- (b) Suatu permukaan diberikan secara berparameter

$$S(u, v) = (u^2 + 2v, 2u - v^3, uv); \quad 0 \leq u, v \leq 1.$$

Cari persamaan satah yang menyentuh permukaan ini pada $u = 0.5, v = 0.5$

[16 markah]