UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1998/99

Februari 1999

MSG 388/482 - Algoritma Matematik Untuk Grafik Komputer

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA soalan di dalam EMPAT halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1.(a) Suatu lengkung Timmer kubik $\boldsymbol{r}(t)$ dengan titik kawalan $\boldsymbol{P}_0$, $\boldsymbol{P}_1$, $\boldsymbol{P}_2$ dan $\boldsymbol{P}_3$ ialah

$$\boldsymbol{r}(t) = (1-t)^2\,(1-2t)\boldsymbol{P}_0 + 4(1-t)^2 t\,\boldsymbol{P}_1 + 4(1-t)\,t^2\,\boldsymbol{P}_2 + t^2(2t-1)\,\boldsymbol{P}_3$$

$0 \le t \le 1.$

Lakarkan poligon kawalan untuk lengkung-lengkung Timmer kubik berikut:

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

(v)

(25/100)

(b) Suatu lengkung nisbah Timmer kubik $\boldsymbol{r}(t)$ dengan titik-titik kawalan $\boldsymbol{P}_0$, $\boldsymbol{P}_1$, $\boldsymbol{P}_2$, $\boldsymbol{P}_3$ dan pemberat-pemberat 1, w_1, w_2, 1 ialah

$$\boldsymbol{r}(t) = \frac{(1-t)^2\,(1-2t)\boldsymbol{P}_0 + 4(1-t)^2 t\,w_1\,\boldsymbol{P}_1 + 4(1-t)\,t^2\,w_2\,\boldsymbol{P}_2 + t^2(2t-1)\,\boldsymbol{P}_3}{(1-t)^2\,(1-2t) + 4(1-t)^2 t\,w_1 + 4(1-t)\,t^2\,w_2 + t^2(2t-1)}$$

$0 \le t \le 1.$

(i) Dapatkan $\boldsymbol{r}(\frac{1}{2})$.

...2/-

(ii) Secara geometri jelaskan kedudukan $r(\frac{1}{2})$ terhadap titik-titik kawalan, dan cadangkan suatu kaedah selain daripada menggunakan pemberat untuk mengawal lengkung tersebut.

(iii) Jelaskan syarat $r(t)$ suatu keratan kon. Apakah nilai pemberatnya?

(iv) Terangkan bagaimana anda membina suatu cebis bulatan dengan menggunakan $r(t)$ ini.

(50/100)

(c) Menggunakan poligon kawalan seperti di bawah ini, lakarkan pada gambarajah yang sama lengkung nisbah Timmer kubik untuk pemberat-pemberat berikut:

(i) $w_0 = w_1 = w_2 = w_3 = 1$

(ii) $w_0 = w_3 = 1, \quad w_1 = w_2 = 5$

(iii) $w_0 = w_3 = 1, \quad w_1 = w_2 = \frac{1}{2}$

(iv) $w_0 = w_1 = w_3 = 1, \quad w_2 \to \infty$

(v) $w_0 = w_3, \quad w_1 \to \infty, \quad w_2 \to \infty$

Tandakan 1 hingga 5 untuk setiap lengkung di atas.

(25/100)

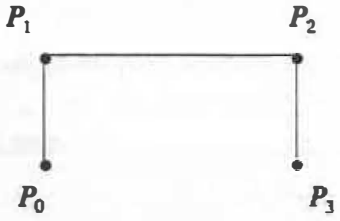
2.(a) Secebis lengkung splin-B (B-*spline*) kubik seragam $b_i(u)$ diberi sebagai

$$b_i(u) = \frac{1}{6}\left[u^3\ u^2\ u\ 1\right]\begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_{i-1} \\ P_i \\ P_{i+1} \\ P_{i+2} \end{bmatrix}$$

$0 \le u \le 1,\ 1 \le i \le n-2,\ P_i,\ \ i = 0, 1, \cdots, n$ adalah titik-titik kawalan.

(i) Dapatkan $b_i(1)$ dan $b_{i+1}(0)$, $b_i'(1)$ dan $b_{i+1}'(0)$, $b_i''(1)$ dan $b_{i+1}''(0)$. Apakah kesimpulan yang anda boleh buat tentang keselanjaran parametrik lengkung splin-B kubik seragam?

(ii) Dengan mengambil cebis pertama, tandakan pada poligon kawalan berikut kedudukan $b_1(0)$ dan $b_1(1)$.



...3/-

(iii) Lengkung splin-B kubik seragam dengan poligon di atas juga boleh diwakili oleh lengkung Bèzier kubik. Dapatkan titik-titik Bèzier V_0, V_1, V_2, V_3 dan tandakan pada gambarajah yang sama di atas titik-titik tersebut.

(35/100)

(b) Bina satu susunan sistolik bagi algoritma des Caltejau untuk menilai titik pada lengkung Bèzier kuartik pada $t = c$. Lengkung ini terbahagi kepada dua bahagian iaitu $r_1(t) = r(t)$, $0 \le t \le c$ dan $r_2(t) = r(t)$, $c \le t \le 1$. Anda tidak puas hati dengan $r_1(t)$ dan ingin melakukan pengubahsuaian. Dengan berbantukan rajah-rajah yang sesuai terangkan secara terperinci proses yang anda perlu laksanakan.

(30/100)

(c) (i) Diberi dua lengkung $r_1(u)$ dan $r_2(u)$. Nyatakan syarat $G^{(2)}$ pada titik temu.

(ii) Pada selang $0 \le u \le 1$, fungsi splin-β ditakrifkan sebagai

$$b_0(u) = \frac{2\beta_1^3(1-u)^3}{\delta},$$

$$b_1(u) = \frac{1}{\delta}\left[\, 2\beta_1^3\, u(u^2-3u+3) + 2\beta_1^2\, u(u^3-3u^2+2) + 2\beta_1\,(u^3-3u+2) + \beta_2\,(2u^3-3u^2+1)\,\right],$$

$$b_2(u) = \frac{1}{\delta}\left[\, 2\beta_1^3\, u^2(-u+3) + 2\beta_1\, u(-u^3+3) + \beta_2\, u^3(-2u+3) + 2(-u^3+1)\,\right],$$

$$b_3(u) = \frac{2u^3}{\delta},$$

$$\delta = \beta_2 + 2\beta_1^3 + 4\beta_1^2 + 4\beta_1 + 2.$$

Dapatkan $b_0(u)$, $b_1(u)$, $b_2(u)$, $b_3(u)$ apabila $\beta_2 \to \infty$.

(iii) Suatu lengkung splin-β seragam $s(t)$ dengan titik kawalan V_0, V_1, $\cdots$, V_m ialah

$$s(t) = \sum_{j=0}^{3} b_j(u)\, V_{i+j-1}, \quad i = 1, \cdots, m-2.$$

Terangkan apa yang anda perlu buat supaya lengkung yang dibina bermula dari V_0.

(35/100)

3.(a) Andaikan

$$r_1(t) = F_{0i}(t)\,P_0 + F_{1i}(t)\,P_1 + F_{2i}(t)\,P_2 + F_{3i}(t)\,P_3$$

dengan fungsi adunan

$$F_{0i}(t) = (1-t)^2\,(1+(2-a_i)\,t)$$
$$F_{1i}(t) = a_i(1-t)^2\,t$$
$$F_{2i}(t) = b_i(1-t)\,t^2$$
$$F_{3i}(t) = t^2\,(1+(2-b_i)\,(1-t))$$

...4/-

dan $\boldsymbol{r}(t)$ sebagai

$$\boldsymbol{r}(t) = (1-t)\,\boldsymbol{r}_1(t) + t\,\boldsymbol{r}_2(t)$$

$0 \le t \le 1$, $\boldsymbol{P}_i$, $i = 0, 1, 2, 3$ titik-titik kawalan.

(i) Beri syarat tentang a_1, b_1, a_2, b_2 supaya $\boldsymbol{r}(t)$ adalah suatu lengkung kubik.

(ii) Jika $a_1 = b_2 = 4$ dan $a_2 = b_1 = 0$ dapatkan $\boldsymbol{r}(\frac{1}{2})$.

(iii) Suatu lengkung Bèzier kuartik

$$\boldsymbol{s}(t) = \sum_{i=0}^{4} B_i^4(t)\,\boldsymbol{V}_i, \quad 0 \le t \le 1$$

dengan $B_i^4(t) = \binom{4}{i}(1-t)^{4-i}\,t^i$, $\boldsymbol{V}_i$, $i = 0, \cdots, 4$ adalah titik-titik kawalan juga serupa dengan lengkung $\boldsymbol{r}(t)$ untuk kes $a_1 = b_2 = 4$, $a_2 = b_1 = 0$. Tandakan titik-titik Bèzier pada gambarajah yang sama.

(35/100)

(b) Suatu splin-B nisbah kuadratik tak seragam ialah

$$\boldsymbol{r}(t) = \frac{(1-t)^2\boldsymbol{P}_0 + 2(1-t)\,t\,w\,\boldsymbol{P}_1 + t^2\,\boldsymbol{P}_2}{(1-t)^2 + 2(1-t)\,t\,w + t^2}, \quad 0 \le t \le 1$$

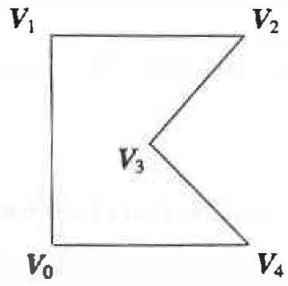
dengan $\boldsymbol{P}_0, \boldsymbol{P}_1, \boldsymbol{P}_2$ sebagai titik-titik kawalan dan w pemberat bagi $\boldsymbol{P}_1$.

(i) Cari nilai w untuk membina suatu sukuan bulatan.

(ii) Terangkan proses yang anda perlu buat untuk membina suatu bulatan dengan menggunakan splin-B nisbah kuadratik tak seragam. Sertakan rajah-rajah yang sesuai.

(35/100)

(c) Anda hendak membina lengkung splin-B kuadratik seragam tertutup dengan menggunakan poligon kawalan seperti di bawah:



(i) Lakarkan lengkung splin-B seragam.

(ii) Pada gambarajah yang sama lakarkan lengkung splin-B seragam tetapi V_3 berulang dengan gandaan dua.

(30/100)

-oooOooo-