

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1998/99

Februari 1999

MSG 283/481 - Pengiraan Kejuruteraan II

Masa: [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam DUA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

- 1.(a) Dengan menggunakan kaedah FTCS, dapatkan penyelesaian di  $x=0.25$  dan  $x=0.5$  pada  $t=0.2$  dan  $t=0.4$  bagi:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{3\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < 1, & \quad t > 0 \\ u(0, t) &= u(1, t) = 0, & \forall t > 0 \\ u(x, 0) &= \sin \pi x, & 0 \leq x \leq 1.\end{aligned}$$

Guna  $\Delta x = 0.25$ ,  $\Delta t = 0.2$ .

- (b) Dengan menggunakan kaedah Crank-Nicolson, dapatkan penyelesaian di  $x=0.25$  pada  $t=0.2$  bagi

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{3\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < 1, & \quad t > 0 \\ u(0, t) &= u(1, t) = 0, & \forall t > 0 \\ u(x, 0) &= \sin \pi x, & 0 \leq x \leq 1.\end{aligned}$$

Guna  $\Delta x = 0.25$ ,  $\Delta t = 0.2$ .

(100/100)

- 2.(a) Tunjukkan kaedah Crank-Nicolson adalah konsisten dengan persamaan haba

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

...2/-

- (b) Dengan menggunakan kaedah von Neumann, analisis kestabilan kaedah  $u_i^{n+1} = u_i^n + r(u_{i-1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i+1}^{n+1})$  untuk persamaan haba  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ .

Nota:  $r = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$ .

(100/100)

- 3.(a) Pertimbang masalah nilai awal sempadan

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < 1, & t > 0 \\ u(0, t) &= u(1, t) = 0, & \forall t > 0 \\ u(x, 0) &= \sin(\pi x), & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) &= 0, & 0 \leq x \leq 1. \end{aligned}$$

Terbitan suatu skema beza terhingga tak tersirat dengan menggunakan hampiran beza pusat untuk  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  dan  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ . Seterusnya dapatkan penyelesaian di  $x = 0.25, 0.5$  pada  $t = 0.25, 0.5$ . Guna  $\Delta x = 0.25, \Delta t = 0.25$ .

- (b) Tulis nota-nota mengenai:

- (i) Teorem Gerschgorin Pertama,
- (ii) Kaedah A.D.I. untuk Persamaan Laplace.

(100/100)

- 4.(a) Pertimbang masalah nilai sempadan

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= 0, & 0 < x < 1, & 0 < y < 2 \\ u(x, 0) &= x^2, & u(x, 2) &= (x-2)^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, y) &= y^2, & u(1, y) &= (y-1)^2, & 0 \leq y \leq 2. \end{aligned}$$

Tulis sistem linear yang terbentuk jika kaedah beza terhingga dengan hampiran beza pusat digunakan untuk menyelesaikan masalah. Guna  $\Delta x = 1/3, \Delta y = 0.5$ . Laksanakan dua lelaran kaedah Jacobi ke atas sistem ini.

- (b) Selesaikan menggunakan kaedah beza terhingga dengan hampiran beza pusat:

$$\begin{aligned} y'' &= 4(y - x) \\ y(0) &= 0, & y(1) &= 2 \end{aligned}$$

Guna  $h = 0.25$ .

(100/100)