UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1998/99

Februari 1999

MSG 253/MSG 353 – Sistem Giliran dan Simulasi

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA soalan di dalam TIGA halaman dan ENAM halaman lampiran yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Dalam suatu situasi giliran, sebuah sistem hanya mampu melayani tidak lebih daripada empat pelanggan. Andaikan bahawa kadar ketibaan adalah $\lambda_n = 10 - n$ bagi $n = 0, 1, 2, 3$ dan kadar siap layanan adalah $\mu_n = 5 + n/2$ bagi $n = 1, 2, 3, 4$. Kedua-dua kadar ketibaan dan kadar siap layanan adalah mengikuti proses Poisson. Tentukan:

   (i) gambarajah kadar yang mewakili sistem ini.
   (ii) kebarangkalian bagi setiap keadaan sistem.
   (iii) bilangan jangkaan pelanggan di dalam sistem.
   (iv) kadar ketibaan berkesan.
   (v) jangkaan masa menunggu di dalam sistem.

   (50/100)

   (b) Sejenis mesin yang digunakan secara berterusan selama 24 jam sehari biasanya akan mengalami kerosakan 20 jam setelah ia digunakan dengan corak eksponen. Seorang mekanik biasanya mengambil masa purata 10 jam untuk membaiki mesin itu dengan corak eksponen. Di sebuah kilang yang mempunyai 5 mesin berkenaan, seorang mekanik telah ditugaskan untuk membaiki mesin-mesin yang rosak itu. Mekanik berkenaan dibayar gaji RM7.00 sejam. Dianggarkan bahawa kerugian yang ditanggung oleh kilang disebabkan sesebuah mesin tidak beroperasi ialah RM15.00 sejam. Patutkah seorang lagi mekanik diambil bekerja?

   (25/100)

   (c) Sebuah syarikat menjual dua restoran francais. Model *A* berupaya memuatkan 80 pelanggan, manakala model *B* mampu memuatkan 100 pelanggan. Kos bulanan pengoperasian model *A* ialah RM10,000 dan bagi model *B* pula ialah RM12,000. Seorang pelabur ingin membuka sebuah restoran. Pelabur itu menganggarkan bahawa ketibaan pelanggan ke restorannya itu nanti adalah mengikuti agihan Poisson dengan kadar 30 orang sejam. Dengan model *A*, pelanggan akan dapat dilayan pada kadar 20 orang sejam dan dengan model *B* pula kadarnya ialah 30 orang sejam. Kadar bayaran mengikuti agihan Poisson. Pelanggan yang tiba semasa restoran penuh akan pergi ke tempat lain. Kos kehilangan setiap pelanggan sehari dianggarkan RM8.00. Kelewatan melayan pelanggan yang sudah berada di dalam restoran mengakibatkan pelabur terpaksa menanggung kos kelewatan sebanyak 40 sen sepelanggan sejam. Andaikan bahawa restoran akan dibuka 10 jam sehari. Model manakah yang harus dipilih oleh pelabur itu?

   (25/100)

2. (a) Restoran McDodo menyediakan satu tingkap bagi perkhidmatan pandu-layan (*'drive-in service'*). Dianggarkan bahawa kereta tiba untuk menggunakan perkhidmatan itu mengikut proses Poisson dengan kadar 2 setiap 5 minit. Ruang yang ada di restoran itu mampu menampung satu barisan sebanyak 5 buah kereta sahaja. Namun demikian, kereta juga boleh menunggu di bahu jalan di luar kawasan restoran. Pada puratanya, sesuatu pesanan mengambil masa 1.5 minit unuk dipenuhi dengan agihan eksponen.

(i) Apakah kebarangkalian bahawa tidak ada sebuah kenderaan pun yang menggunakan perkhidmatan pandu-layan?

(ii) Berapakah bilangan purata pelanggan yang menunggu untuk dilayan?

(iii) Berapa lamakah seseorang pelanggan dijangka menunggu sebelum dia mula memesan di tingkap itu?

(iv) Apakah kebarangkalian bahawa barisan menunggu akan melampaui ruang yang disediakan?

(v) Tentukan kebarangkalian bahawa masa menunggu bagi seseorang pelanggan akan melebihi purata masa menunggu di dalam sistem.

(vi) Bagi menarik lebih ramai pengunjung ke restoran itu, pengurusnya bercadang memberikan minuman ringan percuma kepada setiap pelanggan yang menunggu lebih dari 5 minit sebelum dilayan. Kos setiap minuman ringan yang diberikan ialah 50 sen. Berapa banyakkah kos minuman ringan percuma yang dijangka akan ditanggung sehari? Andaikan bahawa restoran itu dibuka 12 jam sehari.

(60/100)

(b) Syarikat PETNAS mengendalikan sebuah pelabuhan bagi memunggah minyak mentah di suatu kawasan penapisan minyak. Pelabuhan itu mempunyai 6 platform memunggah dan 4 pasukan pemunggah. Apabila kesemua platform penuh, kapal-kapal yang tiba akan ditunda ke suatu kemudahan lain yang terletak 20 batu ke selatan pelabuhan. Kapal tiba mengikut agihan Poisson dengan kadar satu setiap 2 jam. Sepasukan pemunggah pada puratanya mengambil masa 10 jam bagi memunggah sesebuah kapal dengan mengikuti agihan eksponen.

(i) Pada puratanya, berapa buah kapalkah yang berada di pelabuhan itu?

(ii) Pada puratanya, berapa lamakah sebuah kapal berada di pelabuhan itu?

(iii) Apakah purata kadar ketibaan kapal dikemudahan lain yang terdapat di selatan pelabuhan.

(iv) Syarikat PETNAS sedang menimbangkan untuk membina sebuah platform tambahan di pelabuhan utama. Kos pembinaan dan pengoperasian platform tambahan ialah RMX setahun. Syarikat menganggarkan bahawa kos penundaan sebuah kapal ke kemudahan lain di selatan pelabuhan ialah RMY. apakah kaitan di antara X dan Y yang membuatkan wajar bagi syarikat membina sebuah lagi platform?

(40 markah)

3. (a) Pemprosesan sejenis barangan di sebuah kilang mesti melalui tiga stesen kerja (A→B→C). Masa pemprosesan barangan berkenaan disetiap stesen itu adalah seperti berikut:

	Kebarangkalian		
Masa (minit)	**Stesen 1**	**Stesen 2**	**Stesen 3**
4	0.25	0.10	0.05
5	0.25	0.30	0.25
6	0.25	0.40	0.25
7	0.25	0.20	0.45

Penghalangan ('*blocking*') berlaku di stesen 1 dan stesen 2. Sebagai contohnya, penghalangan di stesen 1 bermaksud bahawa barangan yang telah siap diproses di stesen 1 mestilah mula diproses di stesen 2 terlebih dahulu sebelum barangan berikutnya dapat diproses di stesen 1. Sekiranya stesen 2 sibuk, stesen 1 terpaksa menunggu.

Lakukan simulasi untuk pemprosesan 10 barangan dan tentukan

(i) kadar *output*/pengeluaran barangan.
(ii) masa menunggu purata di stesen 1 dan stesen 2 disebabkan penghalangan.

Gunakan jadual nombor rawak yang disediakan dengan lajur 1, 2 dan 3 masing-masingnya digunakan untuk masa pemprosesan di stesen 1, 2, dan 3.

(60/100)

(b) Bagi soalan 3(a), tuliskan satu atur cara GPSSPC untuk larian pemprosesan sebanyak 1000 barangan.

(40 /100)

- oooOooo -

Rumus-rumus bagi Teori Giliran:

1. M/M/1 :

$$\rho = \lambda/\mu$$

$$P_n = (1-\rho)\rho^n \qquad \text{untuk } n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W = \frac{1}{\mu-\lambda}, \quad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$P[W > t] = e^{-t/W}$$

$$P[W_q > t] = \rho e^{-t/W}$$

2. M/M/s:

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

$$P_0 = \left[\frac{(\lambda/\mu)^s}{s!}\frac{1}{(1-\rho)} + \sum_{n=0}^{s-1}\frac{(\lambda/\mu)^n}{n!}\right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!}P_0, & \text{jika } 0 \le n \le s \\ \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{s!\,s^{n-s}}P_0, & \text{jika } n \ge s \end{cases}$$

$$L_q = \frac{(\lambda/\mu)^s\rho}{s!(1-\rho)^2}P_0$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}, \quad W = W_q + 1/\mu$$

$$L = L_q + \lambda/\mu$$

$$P[W_q > t] = \frac{P_0 s\mu(\lambda/\mu)^s}{s!(s\mu-\lambda)}e^{-(s\mu-\lambda)t}$$

3. M/M/s dengan saiz sumber input terhad sebanyak M:

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^{M} \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} P_0 \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \text{ jika } 0 \le n \le s \\ P_0 \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \text{ jika } s \le n \le M \\ 0 & , \text{ jika } n > M \end{cases}$$

$$L = P_0 \left[\sum_{n=0}^{s-1} n \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^{m} n \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]$$

$$L_q = L - s + P_0 \sum_{n=0}^{s-1} (s-n) \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

$$W = \frac{L}{\lambda(M-L)} \quad , \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda(M-L)}$$

4. M/G/1:

$$P_0 = 1 - \rho$$

$$L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}$$

$$L = \rho + L_q$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

5. $M/E_k/1$:

$$L_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W = W_q + 1/\mu$$

$$L = \lambda W$$

6. Model M/M/1/k

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{k+1}} & (\rho \neq 1) \\ \dfrac{1}{k+1} & (\rho = 1) \end{cases}$$

Untuk $\rho \neq 1$

$$L = \frac{\rho\left[1-(k+1)\rho^k + k\rho^{k+1}\right]}{\left(1-\rho^{k+1}\right)(1-\rho)}$$

$$L_q = L - (1-P_0) = L - \frac{\rho\left(1-\rho^k\right)}{1-\rho^{k+1}}$$

$$W = L/\lambda' \quad , \quad \lambda' = \mu(L - L_q)$$

$$W_q = W - 1/\mu = L_q/\lambda'$$

Untuk $\rho = 1$

$$L = \frac{k}{2}$$

7. Model M/M/s/k :

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{1}{n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (0 \le n < s) \\ \dfrac{1}{s^{n-2}\, s!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (s \le n \le k) \end{cases}$$

$$P_0 = \begin{cases} \left[\displaystyle\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!}\,\frac{1-\left(\dfrac{\lambda}{s\mu}\right)^{k-s+1}}{1-\dfrac{\lambda}{s\mu}}\right]^{-1} & \left(\dfrac{\lambda}{s\mu} \neq 1\right) \\ \left[\displaystyle\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!}\,(k-s+1)\right]^{-1} & \left(\dfrac{\lambda}{s\mu} = 1\right) \end{cases}$$

$$L_q = \frac{P_0 (s\rho)^s \rho}{s!(1-\rho)^2}\left[1 - \rho^{k-s+1} - (1-\rho)(k-s+1)\rho^{k-s}\right]$$

$$L = L_q + s - P_0 \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(s-n)(\rho s)^n}{n!}$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad , \quad \lambda' = \lambda(1 - P_k)$$

$$W_q = W - \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda'}$$

8. Model M/M/s/s :

$$P_n = \frac{(\lambda / \mu)^n / n!}{\sum_{i=0}^{s} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i / i!} \qquad (0 \leq n \leq s)$$

$$P_s = \frac{(sp)^s / s!}{\sum_{i=0}^{s} (s\rho)^i / i!} \qquad \left(\rho = \frac{\lambda}{s\mu}\right)$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu}(1 - P_s) \quad , \quad W = \frac{L}{\lambda'} \text{ dengan } \lambda' = \lambda(1 - P_s)$$

9. Model M/M/∞ :

$$P_n = \frac{(\lambda / \mu)^n \, e^{-\lambda/\mu}}{n!} \qquad (n \geq 0)$$

$$L = \lambda / \mu \quad W = \frac{1}{\mu}$$

10. **Layanan Berkeadaan**

$$\mu_n = \begin{cases} \mu_1 & (1 \le n \le k) \\ \mu & (n \ge k) \end{cases}$$

$$P_0 = \left[\frac{1-\rho_1^{k}}{1-\rho_1} + \frac{\rho\rho_1^{k-1}}{1-\rho} \right]^{-1} \qquad (\rho_1 = \lambda/\mu_1,\ \rho = \lambda/\mu < 1)$$

$$L = P_0 \left[\frac{\rho_1\left[1+(k-1)\rho_1^{k} - k\rho_1^{k-1}\right]}{(1-\rho_1)^2} + \frac{\rho\rho_1^{k-1}[k-(k-1)\rho]}{(1-\rho)^2} \right]$$

$$L_q = L - (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda} \qquad W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W = W_q + \frac{1-P_0}{\lambda}$$

$$P_n = \begin{cases} \left(\dfrac{\lambda}{\mu_1}\right)^{n} P_0 & (0 \le n < k) \\ \dfrac{\lambda^{n}}{\mu_1^{k-1}\,\mu^{n-k+1}} P_0 & (n \ge k) \end{cases}$$

11. M/M/1 dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{M} \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n} \right]^{-1}$$

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n} P_0 \quad \text{bagi } n = 1, 2, \ldots, M$$

$$L = M - \frac{\mu}{\lambda}[1-P_0]$$

$$L_q = M - \frac{\lambda+\mu}{\lambda}(1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda'}, \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda'} \quad \text{dengan } \lambda' = \lambda(M-L)$$

TABLE 1.8 TWO-DIGIT RANDOM-NUMBER TABLE

03	26	48	92	38	96	41	04	35	84
71	44	81	46	44	47	07	20	58	04
33	75	00	41	87	72	63	88	59	54
53	71	27	13	37	45	89	61	30	26
41	15	43	91	46	81	57	39	34	86
16	18	75	11	26	80	93	97	29	33
88	50	00	56	70	19	90	00	93	95
13	10	08	15	29	33	75	70	43	05
15	72	73	69	27	75	72	95	99	56
64	10	99	02	18	26	78	69	19	12
98	66	53	86	34	71	09	88	56	08
43	05	06	19	91	78	03	65	08	16
69	82	02	61	98	50	74	84	60	41
06	40	10	24	68	42	39	97	25	55
34	86	83	41	33	83	85	92	32	29
46	05	92	36	82	04	67	05	18	69
28	73	59	56	43	88	61	17	07	48
35	53	49	39	98	14	16	76	69	10
90	90	18	27	75	08	75	17	55	68
62	32	97	16	33	66	02	34	62	26