

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
Academic Session 2006/2007

April 2007

ZCT 207/2 - Statistical Mechanic
[Mekanik Statistik]

Duration: 2 hours
[Masa : 2 jam]

Please ensure that this examination paper contains **SIX** printed pages before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instruction: Answer all **FOUR** questions. Students are allowed to answer all questions in Bahasa Malaysia or in English.

Arahan: *Jawab kesemua EMPAT soalan. Pelajar dibenarkan menjawab semua soalan sama ada dalam Bahasa Malaysia atau Bahasa Inggeris.*

Constants [Pemalar]

Planck's constant [Pemalar Planck]: $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$,

Boltzmann constant [Pemalar Boltzmann]: $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

Speed of light [Kelajuan cahaya]: $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Wein's displacement law [Hukum sesaran Wein]: $\frac{\omega_1}{T_1} = \frac{\omega_2}{T_2} = \frac{2.82k_B}{h}$

1. (a) Describe briefly the meaning of phase space.
[Huraikan secara ringkas maksud ruang fasa.] (15/100)
 - (b) A classical gas consists of 3 molecules. Determine the phase space and degrees of freedom of this system if the gas occupied a 3-dimensional region, i.e. a 3-D box.
[Satu gas klasik terdiri daripada 3 molekul. Tentukan ruang fasa dan darjah kebebasan bagi sistem ini jika gas ini menghuni suatu ruang 3-dimensi, iaitu suatu kotak 3-D.] (20/100)
 - (c) An isolated macroscopic system at temperature 5800 K absorbs a cosmic gamma-ray, with wavelength $\lambda = 5.5 \times 10^{-15} \text{ m}$.
[Satu sistem makroskopik terencil bersuhu 5800 K menyerap satu sinaran-gamma kosmik yang panjang gelombangnya ialah $\lambda = 5.5 \times 10^{-15} \text{ m}$.]
 - (i) Calculate the entropy increment of the system.
[Hitungkan kenaikan entropi sistem ini.] (20/100)
 - (ii) Obtain the relative increase of the number of accessible microstates of the system, $\Delta\Omega/\Omega$.
[Hitungkan peningkatan relatif bagi bilangan keadaan-mikro tercapai sistem ini, $\Delta\Omega/\Omega$.] (45/100)
2. (a) (i) Explain briefly the approaches of Einstein's model of vibrations in a solid.
[Terangkan secara ringkas pendekatan model Einstein bagi getaran dalam suatu pepejal.] (10/100)

- (ii) Show that the energy expression of a solid consisting of N atoms is
 [Tunjukkan bahawa ungkapan tenaga bagi suatu pepejal yang terdiri daripada N atom ialah]

$$E = 3N\hbar\omega \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\exp(\beta\hbar\omega) - 1} \right\} \quad (1)$$

where $\beta = 1/k_B T$, T is the absolute temperature of the solid, and k_B is the Boltzmann constant.

[yang mana $\beta = 1/k_B T$, T ialah suhu mutlak pepejal, dan k_B ialah pemalar Boltzmann]

(20/100)

- (b) By using equation (1)
 [Dengan menggunakan persamaan (1)]

- (i) Derive the heat capacity C_V of the solid.
 [Terbitkan haba tentu C_V bagi pepejal itu.]

(20/100)

- (ii) Based on (B)(i), derive the expression for C_V at the high temperature limit.
 [Berdasarkan (B)(i), terbitkan ungkapan bagi C_V pada had suhu tinggi.]

(20/100)

- (iii) Based on (B)(i), derive the expression for C_V at the low temperature limit.
 [Berasaskan (B)(i), terbitkan ungkapan bagi C_V pada had suhu rendah.]

(20/100)

- (iv) Sketch the graphs of C_V versus temperature for the solid
 [Lakarkan graf C_V terhadap perubahan suhu bagi pepejal tersebut.]

(10/100)

3. (a) Describe the properties of
[Huraikan ciri-ciri bagi]
- (i) Bosons
[Zarah-zarah Boson] (10/100)
- (ii) Fermions
[Zarah-zarah Fermion] (10/100)
- (b) Given a system of 3 identical atoms, each atom has only four single-particle states of energies ϵ , 2ϵ , 3ϵ , and 5ϵ . The system is immersed into a heat bath at temperature T .
[Diberi satu sistem terdiri daripada 3 atom seiras, setiap atom mempunyai 4 keadaan zarah-tunggal dengan tenaga ϵ , 2ϵ , 3ϵ , and 5ϵ . Sistem ini direndam ke dalam satu takungan haba pada suhu T .]
- (I) If the 3 atoms are BOSONS,
[Jika 3 atom ini ialah zarah BOSON,]
- (i) Sketch the table of occupancy of all accessible microstates of this system.
[Lakarkan jadual penghunian bagi semua keadaan-mikro yang tercapai bagi sistem ini.] (20/100)
- (ii) Based on (I)(i), determine the partition function of the system.
[Berdasarkan (I)(i), tentukan fungsi pemetakan bagi sistem ini.] (20/100)
- (iii) Calculate the mean energy of the system.
[Hitungkan tenaga purata bagi sistem ini.] (15/100)
- (II) If the 3 atoms are FERMION,
[Jika 3 atom ini ialah zarah FERMION,]
- (i) Sketch the table of occupancy of all accessible microstates of this system.
[Lakarkan jadual penghunian bagi semua keadaan-mikro yang tercapai bagi sistem ini.] (5/100)

- (ii) Based on (II)(i), determine the partition function of the system.
 [Berdasarkan (II)(i), tentukan fungsi pemetakan bagi sistem ini.] (5/100)
- (iii) Calculate the mean energy of the system
 [Hitungkan tenaga purata bagi sistem ini.] (5/100)
- (iv) Derive the heat capacity, C_v of the system
 [Terbitkan haba tentu, C_v bagi sistem ini.] (10/100)

4. (a) Explain briefly the properties of a black body.
 [Terangkan secara ringkas ciri-ciri suatu jasad hitam.] (20/100)
- (b) Given the Planck's formula
 [Diberi formula Planck]

$$U(\omega, T) = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{\exp(\beta \hbar \omega) - 1} \quad (2)$$

Based on equation (2), derive the Wein's displacement law,
 [Berdasarkan persamaan (2), terbitkan hukum sesaran Wein,]

$$\frac{\omega_1}{T_1} = \frac{\omega_2}{T_2}$$

(30/100)

- (c) If the surface area of a black body is A , the rate of radiation energy emitted by the black body is
 [Jika luas permukaan suatu jasad hitam ialah A , kadar tenaga sinaran yang dipancarkan oleh jasad hitam ini ialah]

$$\frac{dQ}{dt} = \sigma AT^4 \quad \text{where [di mana]} \quad \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ J m}^{-2} \text{ S}^{-1} \text{ K}^{-4}$$

The sun in the solar system is assumed a spherical black body with radius $R_s = 6.8 \times 10^8 \text{ m}$ and temperature $T = 5800 \text{ K}$.

[Matahari di dalam cakera suria boleh dianggarkan sebagai satu jasad hitam berbentuk sfera dengan jejari $R_s = 6.8 \times 10^8 \text{ m}$ dan suhu $T = 5800 \text{ K}$.]

- (i) Calculate the frequency of the sun's radiation with maximum energy density.
[Hitungkan frekuensi sinaran yang dipancarkan oleh matahari dengan ketumpatan tenaganya maksimum.]
(10/100)
- (ii) Calculate the rate of radiation energy emitted by the sun.
[Hitungkan kadar tenaga sinaran yang dipancarkan oleh matahari.]
(15/100)
- (d) An experimental measurement shows that a star in Milky Way emits radiation energy 200 times of the sun, but its radius is only half of the sun.
[Satu pengukuran eksperimen menunjukkan satu bintang di dalam "Milky Way" memancarkan tenaga sinaran 200 kali ganda tenaga sinaran yang dipancarkan matahari, tetapi jejarinya hanya separuh jejari matahari.]
- (i) Calculate the temperature of the star.
[Hitungkan suhu bintang itu.]
(15/100)
- (ii) Calculate the frequency of the star's radiation with maximum energy density.
[Hitungkan frekuensi sinaran yang dipancarkan oleh bintang itu dengan ketumpatan tenaganya maksimum.]
(10/100)