
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2002/2003

Februari/Mac 2003

JIM 311/4 – Analisis Vektor

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

1. (a) Tunjukkan vektor \underline{a} selari dengan \underline{b} jika dan hanya jika $\underline{a} \times \underline{b} = \underline{0}$.
(20 markah)
- (b) Cari nilai λ jika vektor $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ dan $\lambda^2\hat{i} - 2\lambda\hat{j} + \hat{k}$ berserenjang.
(20 markah)
- (c) Jika $\underline{a} \times \underline{b} = \underline{a} - \underline{b}$, buktikan $\underline{a} = \underline{b}$.
(25 markah)
- (d) Cari bentuk am bagi vektor \underline{r} yang memuaskan persamaan
$$\underline{r} \times (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) = \hat{i} \times (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}).$$

(35 markah)
2. (a) Diberi medan vektor $\underline{F} = 3x^2\hat{i} + 2yz^3\hat{j} + ay^2z^2\hat{k}$, dengan a adalah suatu pemalar.
- (i) Nilaikan $\nabla \cdot \underline{F}$ dan $\nabla \times \underline{F}$.
- (ii) Tentukan nilai a supaya \underline{F} adalah medan ketakputaran. Untuk nilai a tersebut, cari medan skalar ϕ supaya $\underline{F} = \nabla\phi$.
(35 markah)
- (b) Jika $\phi = 2^xyz$.
- (i) Cari grad ϕ .
- (ii) Cari terbitan berarah ϕ di titik $(1, -1, 1)$ dalam arah $2\hat{j} - \hat{k}$.
(35 markah)
- (c) Cari persamaan vektor bagi satah yang melalui titik $A(0, 1, 1)$, $B(2, 1, 0)$ dan $C(-2, 0, 3)$.
(30 markah)

3. (a) Diberi $\underline{w} = (5 - 6xy)\hat{i} - 3x^2\hat{j} - 7\hat{k}$.

(i) Tunjukkan kamiran garis

$$\int_A^B \underline{w} \cdot d\underline{r}$$

tak bersandar pada lintasan yang menghubungkan titik A dan B.

(ii) Dengan yang demikian, nilaikan

$$\int_{(1,0,3)}^{(1,0,5)} [(5-6xy)dx - 3x^2dy - 7dz].$$

(55 markah)

(b) (i) Nyatakan teorem kecapahan (atau Gauss) dengan jelas.

(ii) Diberi $\underline{F} = \nabla\phi$ dan $\nabla \cdot \underline{F} = 0$ dalam rantau R yang dibatasi oleh permukaan S. Dengan menggunakan teorem Gauss, tunjukkan

$$\iiint_V |\underline{F}|^2 dV = \iint_S \phi \underline{F} \cdot d\underline{S}.$$

(45 markah)

4. (a) Nyatakan teorem Stokes dengan jelas.

(15 markah)

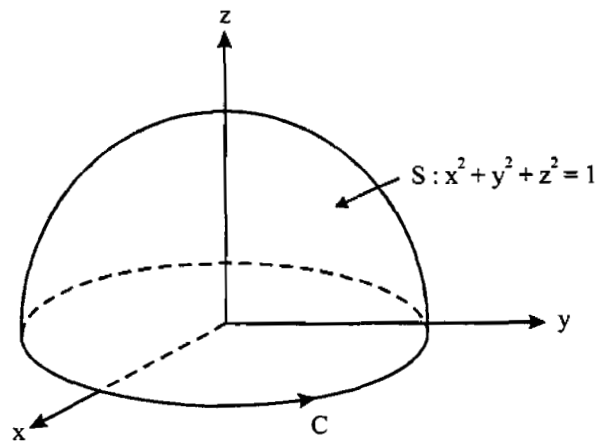
(b) Tentusahkan teorem Stokes untuk medan vektor

$$\underline{F} = (2x - y)\hat{i} - yz^2\hat{j} - y^2z\hat{k}$$

dengan S adalah bahagian atas permukaan sfera

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

manakala C adalah sempadannya seperti yang ditunjukkan dalam rajah 1 berikut:



Rajah 1

(85 markah)

5. (a) Cas elektrik q yang berada di asalan menghasilkan medan elektrik

$$\underline{E} = \frac{q\underline{r}}{4\pi\epsilon|\underline{r}|^3}$$

dengan $\underline{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ dan ϵ adalah pemalar fizikal yang disebut permitiviti elektrik. Tunjukkan

$$\iint_S \underline{E} \cdot \underline{n} \, dS = 0$$

jika permukaan tertutup S tidak termasuk titik asalan.

(60 markah)

- (b) Pada masa $t = 0$, zarah A bergerak dari titik $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ dengan vektor halaju malar $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$. Secara serentak zarah B bergerak dari titik $-3\hat{j} - 2\hat{k}$ dengan vektor halaju malar $3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$. Cari jarak terdekat di antara dua zarah berkenaan dan masa t ketika ini berlaku.

(40 markah)