UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua

Sidang Akademik 2003/2004

Februari - Mac 2004

ZCE 208/2 - MEKANIK KLASIK

Masa: 2 jam

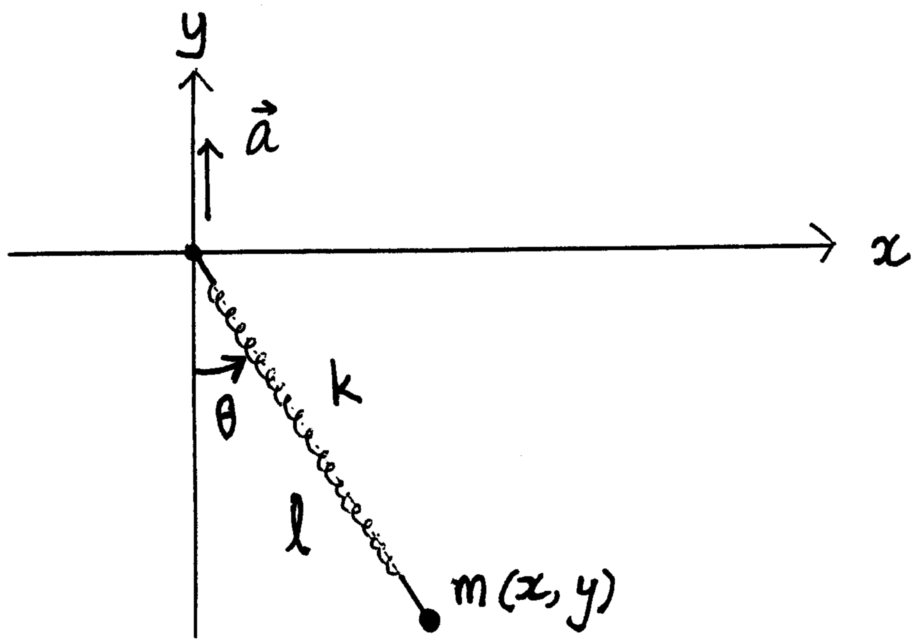
Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **ENAM** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua EMPAT soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia. Diberi bersama kertas soalan ini ialah Jadual Formula **F** (2 muka surat).

1. Tulis Persamaan Euler dan tunjukkan bahawa jarak yang terpendek di antara dua titik dalam ruang tiga dimensi ialah suatu garis lurus.

(25 Markah)

2. Suatu bandul mengandungi suatu jisim m yang disangkut kepada suatu



spring tidak berjisim dengan panjang asal l_0 dan konstan spring k. Bandul itu digantung kepada suatu alat penyokong tidak berjisim yang bergerak ke atas secara tegak dengan pecutan konstan $\vec{a}$ dari rehat.

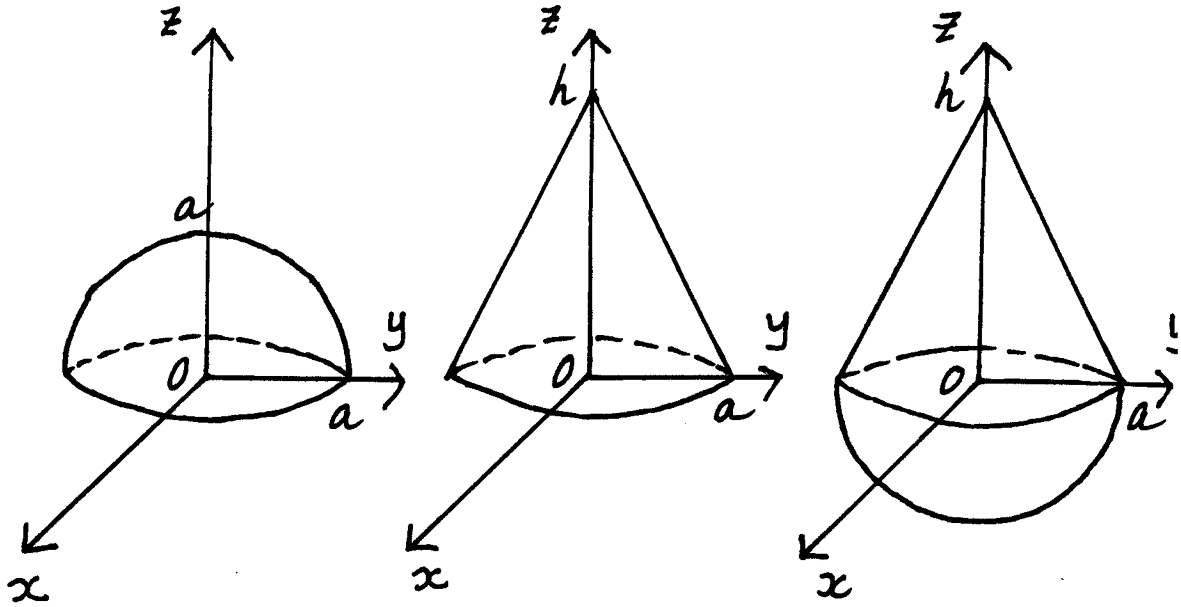
(a) Dengan menggunakan kaedah Lagrangian, cari persamaan-persamaan gerakan.

(b) Cari Hamiltonian sistem ini.

(c) Apakah tempoh osilasi kecilnya?

(25 Markah)

3. Cari pusat jisim bagi objek-objek berikut:



(a) (b) (c)

(a) Suatu hemisfera pepejal berketumpatan konstan ρ_0 dan berjejari a.

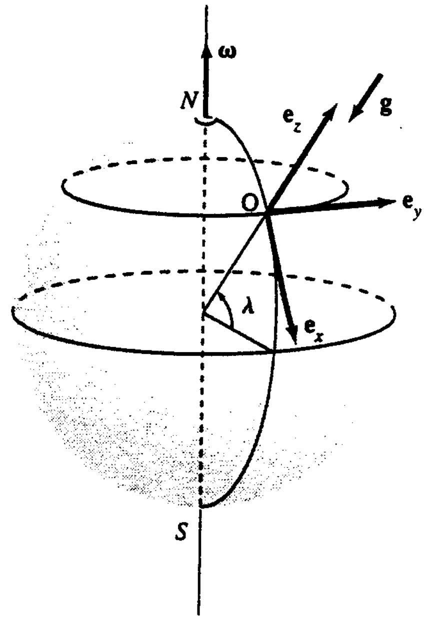
(b) Suatu kon pepejal berketumpatan konstan ρ_0, berdasar $2a$ dan tinggi h.

(c) Suatu kon pepejal berdasar $2a$ dan tinggi h dan suatu hemisfera pepejal berjejari a dengan kedua-dua dasar mereka bersentuhan. Kon dan hemisfera itu juga seragam dan berketumpatan ρ_0.

(25 Markah)

4. Suatu projektil ditembak ke timor dari suatu titik di permukaan Bumi pada suatu latitud λ di utara dengan laju V_0 dan pada suatu sudut condong α terhadap garis ufuk. Anggapkan Bumi berputar dengan halaju sudut $\vec{\omega}$ terhadap paksinya.

(a) Apakah daya berkesan $\vec{F}_k$ yang bertindak ke atas projektil itu jika halajunya relatif ke Bumi ialah $\vec{v}_p$?



(b) Apakah daya emparan yang bertindak ke atas projektil itu? Untuk kes (soalan) ini kita boleh abaikan daya ini. Kenapa?

(c) Dengan menggunakkan koordinat segi empat tepat seperti di gambarajah di atas, tulis halaju sudut $\vec{\omega}$ dan halaju relatif projektil itu $\vec{v}_p$ dalam sebutan $\hat{e}_x$, $\hat{e}_y$, dan $\hat{e}_z$. Selepas itu cari pecutan Coriolis yang bertindak ke atas projektil itu.

(d) Apakah jumlah pecutan yang bertindak ke atas projektil itu?

(e) Dari jawapan bahagian (d), tunjukkan bahawa pemesongan lateral (dalam arah x) apabila projektil itu menghentam Bumi ialah

$$d = \frac{4V_0^3}{g^2}\omega \sin\lambda \sin^2\alpha \cos\alpha.$$

(25 Markah)

A P P E N D I X

F

DIFFERENTIAL RELATIONS IN DIFFERENT COORDINATE SYSTEMS

75

F.1 RECTANGULAR COORDINATES

$$\text{grad } U = \nabla U = \sum_i \mathbf{e}_i \frac{\partial U}{\partial x_i} \tag{F.1}$$

$$\text{div } \mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} = \sum_i \frac{\partial A_i}{\partial x_i} \tag{F.2}$$

$$\text{curl } \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A} = \sum_{i,j,k} \varepsilon_{ijk} \frac{\partial A_k}{\partial x_j} \mathbf{e}_i \tag{F.3}$$

$$\nabla^2 U = \nabla \cdot \nabla U = \sum_i \frac{\partial^2 U}{\partial x_i^2} \tag{F.4}$$

F.2 CYLINDRICAL COORDINATES

Refer to Figures F-1 and F-2.

$$x_1 = r\cos\phi, \qquad x_2 = r\sin\phi, \qquad x_3 = z \tag{F.5}$$

$$r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}, \qquad \phi = \tan^{-1}\frac{x_2}{x_1}, \qquad z = x_3 \tag{F.6}$$

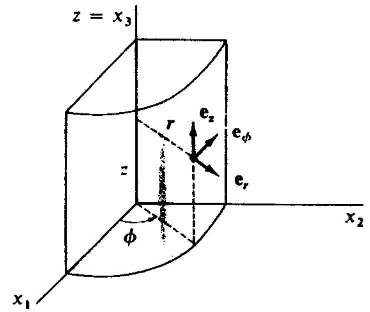


FIGURE F-1

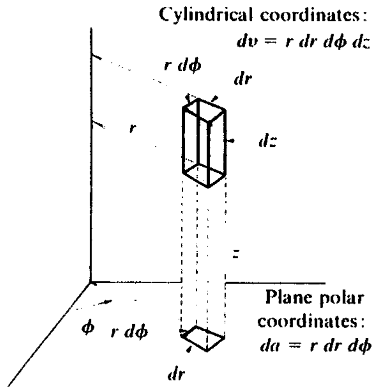


FIGURE F-2

$$ds^2 = dr^2 + r^2\,d\phi^2 + dz^2 \tag{F.7}$$

$$dv = r\,dr\,d\phi\,dz \tag{F.8}$$

$$\text{grad } \psi = \nabla\psi = \mathbf{e}_r \frac{\partial \psi}{\partial r} + \mathbf{e}_\phi \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \phi} + \mathbf{e}_z \frac{\partial \psi}{\partial z} \tag{F.9}$$

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \tag{F.10}$$

$$\text{curl } \mathbf{A} = \mathbf{e}_r\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right) + \mathbf{e}_\phi\left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right) + \mathbf{e}_z\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi) - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \phi}\right) \tag{F.11}$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \tag{F.12}$$

F.3 SPHERICAL COORDINATES

Refer to Figures F-3 and F-4.

$$x_1 = r\sin\theta\cos\phi, \qquad x_2 = r\sin\theta\sin\phi, \qquad x_3 = r\cos\theta \tag{F.13}$$

$$r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}, \qquad \theta = \cos^{-1}\frac{x_3}{r}, \qquad \phi = \tan^{-1}\frac{x_2}{x_1} \tag{F.14}$$

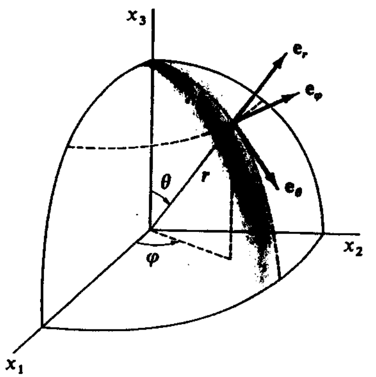


FIGURE F-3

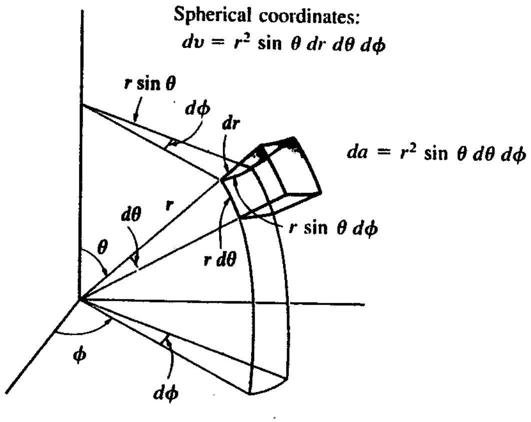


FIGURE F-4

$$ds^2 = dr^2 + r^2\,d\theta^2 + r^2\sin^2\theta\,d\phi^2 \tag{F.15}$$

$$dv = r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\phi \tag{F.16}$$

$$\text{grad}\,\psi = \nabla\psi = \mathbf{e}_r\frac{\partial\psi}{\partial r} + \mathbf{e}_\theta\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} + \mathbf{e}_\phi\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\phi} \tag{F.17}$$

$$\text{div}\,\mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2A_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta} + \frac{\partial A_\phi}{\partial\phi} \tag{F.18}$$

$$\begin{aligned}\text{curl}\,\mathbf{A} = {} & \mathbf{e}_r\frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi\sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}\right] \\ & + \mathbf{e}_\theta\frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \sin\theta\frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi)\right] \\ & + \mathbf{e}_\phi\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]\end{aligned} \tag{F.19}$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} \tag{F.20}$$

- ooo OO ooo -