
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2002/2003

April 2003

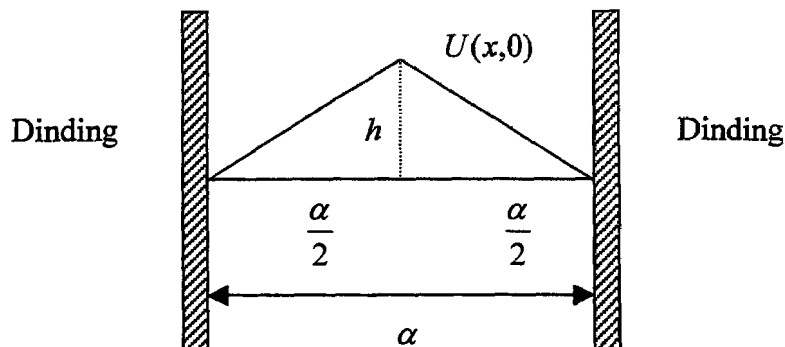
ZCT 218/3 : Kaedah Matematik

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

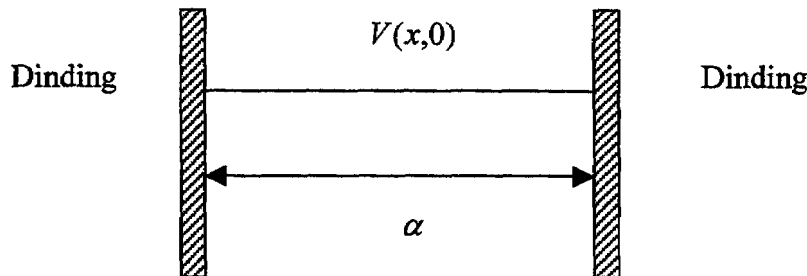
Jawab kesemua LIMA soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. Satu tali yang tidak kenyal diregangkan, dan hujung-hujungnya diikat dengan ketat pada dinding. Panjang tali ini ialah α dan ketumpatan jisim per unit panjangnya ialah σ . Pada masa $t = 0$, keadaan tali dengan ketegangan T adalah seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 1.



Rajah 1

Halaju tali melintang pada tali bila $t = 0$, iaitu $V(x,0) = \left. \frac{dU(x,t)}{dt} \right|_{t=0}$ adalah seperti yang ditunjukkan pada Rajah 2.



Rajah 2

- (a) Tuliskan persamaan gelombang bagi sesaran melintang sistem tali yang bergetar, $U(x,t)$. (10/100)
- (b) Dengan kaedah pembolehubah terpisahkan, terbitkan penyelesaian am bagi persamaan gelombang dalam (a). (30/100)
- (c) Nyatakan syarat-syarat sempadan dan syarat-syarat awal bagi sistem tali yang dihuraikan di atas. (15/100)
- (d) Dengan jawapan-jawapan dalam (b) dan (c), cari penyelesaian khusus bagi $U(x,t)$. (45/100)
2. (a) Cari transformasi Fourier untuk denyutan segitiga:

$$f(t) = \begin{cases} 1; & |t| < \alpha \\ 0; & |t| > \alpha \end{cases}$$

(65/100)

- (b) Takrifan kamiran tetap bagi fungsi Gamma, $\Gamma(z)$, diberikan sebagai:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} x^{z-1} e^{-x} dx, \quad \text{Re}(z) > 0$$

...3/-

Hujung-hujung logam ditetapkan pada 0°C seperti yang ditunjukkan, dan permukaan luar di sepanjang bar logam dibalut dengan penebat haba supaya tiada haba hilang melalui permukaan ini. Bahan logam dicirikan oleh:

Pengkonduksian haba, $\Omega = 2\text{J.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$

Haba tentu, $C = 1\text{J.kg}^{-1}.\text{(}^\circ\text{C)}^{-1}$

Ketumpatan, $\rho = 1\text{kg.m}^{-3}$

Nota: $\alpha^2 = \eta = \frac{\Omega}{C\rho}$

Jika suhu pada bar logam bersandar terhadap panjang x dan masa t sahaja,

(a) Tulis persamaan haba bagi bar logam ini. (10/100)

(b) Dengan menggunakan kaedah pembolehubah terpisahkan, cari penyelesaian am bagi persamaan haba dalam (a). (35/100)

(c) Diberi suhu awal bar logam tersebut adalah:

$$u(x,0) = 5 \sin(4\pi x) - 3 \sin(8\pi x) + 2 \sin(10\pi x)$$

Dengan syarat-syarat sempadan yang diberikan dan syarat awal ini, cari penyelesaian khusus bagi suhu di sepanjang bar logam itu.

(55/100)

5. (a) Pertimbangkan fungsi berikut:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 2 - x, & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

(i) Lakarkan fungsi ini dalam julat yang diberikan. (10/100)

(ii) Wakilkan fungsi $f(x)$ ini dengan siri Fourier kosinus (50/100)

(b) Wakilkan fungsi:

$$f(x) = e^x, \quad -\pi < x < \pi$$

dalam julat yang diberikan dengan siri Fourier bentuk kompleks.

(40/100)

Lampiran

Jadual Transformasi Laplace

$f(t)$	$L\{f(t)\} = F(s)$
c	$\frac{c}{s}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
te^{at}	$\frac{1}{(s-a)^2}$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$