
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Sidang Akademik 2002/2003

Februari/Mac 2003

JUM 201 - MATEMATIK KEJURUTERAAN III

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA (5)** muka surat bercetak termasuk muka surat hadapan ini.

Kertas peperiksaan ini mengandungi **ENAM (6)** soalan.

- Pilih dan jawab mana-mana **lima (5)** soalan.
- Jawab soalan-soalan yang dipilih dalam Bahasa Malaysia.

Pada soalan-soalan yang berkenaan, takrif $j = \sqrt{-1}$ digunakan.

Buku rumus disediakan untuk kegunaan anda.

Anda dibenarkan menggunakan kalkulator elektronik persendirian anda.

Selamat maju jaya.

1. (a) Carilah jelmaan Laplace bagi $f(t) = 5e^{-2t} - 2 \cos 2t$.

(4 markah)

- (b) Dalam satu kajian, didapati perubahan sesaran Y suatu jirim yang tersesar daripada objek asalnya pada masa t diberikan oleh persamaan pembezaan di bawah.

$$\frac{dY}{dt} = \frac{Y}{t} + Y$$

Buktikan bahawa hubungan Y dan t diberikan oleh $Y = kte^t$ dengan k sebagai pemalar sebarang.

(8 markah)

- (c) Buktikan bahawa persamaan cirian bagi persamaan pembezaan peringkat kedua di bawah mempunyai punca-punca kompleks.

$$y'' + 4y = 0$$

Seterusnya, jika diberikan nilai awal, $y(0) = 2$ dan $y'(0) = 6$, carilah penyelesaian bagi persamaan pembezaan di atas.

(8 markah)

2. (a) Buktikan faktor kamiran bagi persamaan pembezaan linear di bawah adalah $e^{\sin x}$.

$$\frac{1}{\sin 2x} \frac{dy}{dx} + \frac{y \cos x}{\sin 2x} = \frac{1}{2}$$

(6 markah)

- (b) Carilah jelmaan Laplace songsang bagi

(i) $F(s) = \frac{1}{(s+2)^2}$

(ii) $F(s) = \frac{2s+1}{s^2+4}$

(7 markah)

- (c) Persamaan Euler adalah berbentuk

$$ax^2 y'' + bxy' + cy = g(x)$$

dengan a , b dan c adalah pemalar dan $a \neq 0$.

Dengan menggunakan penggantian $z = \ln x$, tunjukkan bahawa ianya boleh ditulis sebagai

$$ay'' + (b - a)y' + cy = g(e^z).$$

(7 markah)

3. (a) Tentukan sama ada persamaan pembezaan peringkat pertama di bawah adalah persamaan pembezaan tepat ataupun tidak.

$$(2x + 1 + 2y^2)dx + (4xy + 3y^2)dy = 0$$

Seterusnya, carilah penyelesaiannya.

(6 markah)

- (b) Mengikut teorem anjakan pertama, jelmaan Laplace bagi $e^{at} f(t)$ diberikan sebagai $F(s - a)$ di mana a adalah pemalar sebarang dan s sebagai parameter jelmaan.

Berdasarkan teorem ini, carilah jelmaan Laplace bagi

$$e^{5t} \cos 2t.$$

(6 markah)

- (c) Berikut adalah persamaan pembezaan linear peringkat 2 yang tak homogen.

$$y'' - 2y' - 24y = 6 \cos 3x$$

- (i) Tentukan punca-punca bagi persamaan ciriannya.
- (ii) Cari penyelesaian pelengkap, y_p .
- (iii) Seterusnya dengan menggunakan kaedah koefisien tidak diketahui ataupun kaedah ubahan parameter, cari penyelesaian khusus y_k .
- (iv) Akhirnya, dapatkan penyelesaian am, y_a .

(8 markah)

4. Kita diberi fungsi berikut:

$$f(x) = \begin{cases} -1, & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 1, & \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \end{cases}$$

- (a) Janakan Siri Fourier untuk fungsi tersebut.

(6 markah)

- (b) Apakah nilai Siri Fourier tersebut pada $x = \frac{\pi}{2}$?

(3 markah)

Kita diberi juga medan vektor $\underline{F} = (2x + y)\underline{i} + (x + z^2)\underline{j} + 2yz\underline{k}$.

- (c) Tentukan sama ada medan vektor \underline{F} tersebut abadi atau tidak.

(3 markah)

- (d) Seterusnya, kirakan $\int_C \underline{F} \cdot d\underline{r}$ di mana C ialah komposit dua cebis garislurus, iaitu yang pertama dari $(0,0,0)$ ke $(1,2,1)$ dan yang kedua dari $(1,2,1)$ ke $(1,1,\pi)$.

(8 markah)

.../5

5. (a) Kita diberi persamaan separa $\frac{\partial u}{\partial x} = 6 \frac{\partial u}{\partial t}$ dengan syarat $u(x,0) = 5e^{-12x}$.
Apakah $u(x,t)$?

(8 markah)

- (b) Kita juga diberitahu bahawa C ialah lengkung tertutup yang terdiri daripada komposit-komposit garislurus, iaitu yang pertama sekali dari $(0,0)$ ke $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$, kemudian dari $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ke $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ dan akhir sekali dari $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ kembali ke $(0,0)$.

Gunakan Teorem Green untuk mengirakan $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ di mana

$$\vec{F} = xy\vec{i} + 2y\vec{j}.$$

$$\left(\text{Teorem Green: } \oint_C (Pdx + Qdy) = \iint_S \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy \right)$$

(12 markah)

6. (a) Kirakan jarak yang paling pendek dari titik $(12,0)$ ke garislurus $y = 2x^2 - 3x$.

(8 markah)

- (b) Diberi suatu permukaan tertutup S dalam oktan pertama yang terdiri daripada komposit bahagian sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ dengan satah-satah $x = 0$, $y = 0$ dan $z = 0$. Jika $\vec{F} = x\vec{i} + 2z\vec{j} + y\vec{k}$, gunakan Teorem Capahan Gauss untuk mengirakan $\int_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$.

$$\left(\text{Teorem Capahan Gauss: } \int_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_V \text{div } \vec{F} dV \right)$$

(12 markah)

oooOOOooo