



Second Semester Examination
Academic Session 2018/2019

June 2019

EMT 302 – Mathematical Modelling In Engineering
[Pemodelan Matematik Di Dalam Kejuruteraan]

Duration : 2 hours
[Masa : 2 jam]

Please check that this paper contains **FIVE [5]** printed pages before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **LIMA [5]** mukasurat bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan.]*

INSTRUCTIONS : Answer **ALL THREE [3]** questions.
[ARAHAN : Jawab **SEMUA TIGA [3]** soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

1. [a] If the reliabilities of three components of a system are given by $R_1(t) = 0.90$, $R_2(t) = 0.95$ and $R_3(t) = 0.96$ respectively, calculate the system reliability when the components are connected in series, parallel and both combinations. For each connection, describe and provide some sketches to show suitable component arrangements.

Jika kebolehpercayaan tiga komponen suatu sistem diberikan oleh $R_1(t) = 0.90$, $R_2(t) = 0.95$ dan $R_3(t) = 0.96$, hitung kebolehpercayaan sistem ini apabila komponen-komponen disambungkan secara siri, selari dan kedua-dua kombinasi. Untuk setiap sambungan, terangkan dan berikan beberapa lakaran untuk menunjukkan susunan-susunan komponen yang bersesuaian.

(30 marks/markah)

- [b] Consider using the Chebyshev criterion to fit the model $y = Cx$ to the following data set.

Pertimbangkan penggunaan kriteria Chebyshev untuk menyuaikan model $y = Cx$ dengan set data berikut.

x	1	2	3
y	2	5	8

Find the value of C to minimize the largest absolute deviation $r_i = |y_i - y(x_i)|$ by solving this problem geometrically.

Cari nilai C untuk meminimumkan sisihan mutlak terbesar $r_i = |y_i - y(x_i)|$ dengan menyelesaikan masalah ini secara geometri.

(70 marks/markah)

2. [a] Describe the characteristics of linear and quadratic spline interpolation. Your description should also include some sketches to distinguish between the two interpolation methods.

Perihalkan ciri-ciri interpolasi garis lengkung linear dan kuadratik. Penerangan anda juga harus disertakan dengan beberapa lakaran untuk membezakan kedua-dua kaedah interpolasi.

(30 marks/markah)

- [b] The following incomplete y versus x data are given below.

Data tidak lengkap y lawan x diberikan seperti di bawah.

x	1	2	4	6	7
y	5	11	?	?	32

The data can be fitted by quadratic spline interpolants given by:

Data boleh disuaikan dengan interpolasi garis lengkung kuadratik seperti yang disenaraikan di bawah:

$$\begin{aligned}f(x) &= ax - 1, & 1 \leq x \leq 2 \\f(x) &= -2x^2 + 14x - 9, & 2 \leq x \leq 4 \\f(x) &= bx^2 + cx + d, & 4 \leq x \leq 6 \\f(x) &= 25x^2 - 303x + 928, & 6 \leq x \leq 7\end{aligned}$$

Where a , b , c and d are constants. Find the equations required to solve for the constants value. Present the equations in matrix form.

Di mana a , b , c dan d ialah pemalar. Cari persamaan-persamaan yang diperlukan untuk menyelesaikan nilai-nilai pemalar tersebut. Tunjukkan persamaan-persamaan dalam bentuk matriks.

(70 marks/markah)

3. [a] Discuss the differences between mesh-free and grid-based methods. Please use a sketch to demonstrate the differences between these methods.

Bincangkan perbezaan antara kaedah-kaedah bebas-jaringan dan berasaskan-grid. Sila gunakan lakaran untuk menunjukkan perbezaan antara kaedah-kaedah ini.

(20 marks/markah)

- [b] For CO_2 molecule at $T = 25^\circ\text{C}$,
Untuk molekul CO_2 pada $T = 25^\circ\text{C}$,

- (i) Calculate and plot the Maxwell's distribution function $f(c)$ for carbon dioxide, CO₂ at molecular speed, c = 100 ms⁻¹, 250 ms⁻¹, 500 ms⁻¹ and 750 ms⁻¹. Given:

Kira dan plot fungsi taburan Maxwell, f(c) untuk karbon dioksida CO₂ pada kelajuan molekul, c = 100 ms⁻¹, 250 ms⁻¹, 500 ms⁻¹ dan 750 ms⁻¹. Diberi:

- CO₂ molar mass = 0.044 kg/mol
- CO₂ jisim molar = 0.044 kg/mol
- Avogadro's number = $6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Nombor Avogadro = $6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Boltzmann constant, K = $1.38 \times 10^{-23} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1}$
- Pemalar Boltzmann, K = $1.38 \times 10^{-23} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1}$

- (ii) Calculate the average and root-mean square (RMS) speed of CO₂ molecules at temperature (100°C) according to Maxwell's distribution.

Kira purata dan punca min kuasa dua (RMS) kelajuan molekul CO₂ pada suhu (100°C) berdasarkan taburan Maxwell.

(30 marks/markah)

[c]

- (i) The use of smoothing length of the support domain is in direct violation of Newton's Third Law. Discuss the reason for this issue and one method to solve this issue.

Penggunaan pelonggaran panjang bagi domain sokongan adalah menyalahi Hukum Ketiga Newton. Bincangkan sebab untuk isu ini dan satu kaedah untuk mengatasi masalah ini.

(10 marks/markah)

- (ii) The dome-shaped quadratic smoothing function with scaling factor, $\kappa = 1$ is given as:

Fungsi peralihan berbentuk kubah bagi fungsi pelonggaran kuadratik dengan faktor skala, $\kappa = 1$ diberikan sebagai:

$$W(R, h) = (a_0 + a_2 R^2)$$

with $R = \frac{r}{h}$

- 5 -

- (iii) Calculate the value of α_d for 3-dimensional (3D) case that satisfy the compact support constraint requirement:

Kirakan nilai α_d untuk kes 3 dimensi (3D) yang memenuhi keperluan kekangan sokongan padat.

$$W(R, h) = \alpha_d(1 - R^2)$$

(40 marks/markah)

- oooOooo -