
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
Academic Session 2012/2013

June 2013

ESA 251/3 – Control System Theory
[Teori Sistem Kawalan]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this paper contains **THIRTEEN (13)** printed pages, **ONE(1)** pages appendix and **FIVE (5)** questions before you begin the examination.

*Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **TIGABELAS (13)** mukasurat bercetak, **SATU (1)** mukasurat bercetak dan **LIMA (5)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan.*

Instructions : Part A : Answer **ALL** questions. Part B: Answer **TWO (2)** questions.

Arahan : Bahagian A: Jawab **SEMUA** soalan. Bahagian B: Jawab **DUA (2)** soalan

Appendix/Lampiran:

1. Appendix A/ Lampiran A [1 page/mukasurat]

You may answer all questions in **English** OR **Bahasa Malaysia** OR a combination of both.

*Calon boleh menjawab semua soalan dalam **Bahasa Malaysia** ATAU **Bahasa Inggeris** ATAU kombinasi kedua-duanya.*

Answer to each question must begin from a new page. In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

Jawapan untuk setiap soalan mestilah dimulakan pada mukasurat yang baru. Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.

Part A : Answer **ALL** questions.
Bahagian A: Jawab **SEMUA** soalan.

1. A unity feedback control system is given as follows:

$$G(s) = \frac{K(s-1)(s-2)}{s(s+1)}$$

- [a] Determine for the system
- (i) The breakaway and break-in points (20 marks)
 - (ii) The $j\omega$ -axis crossing (20 marks)
 - (iii) The range of gain to keep the system stable (20 marks)
- [b] Using the rules for plotting the root locus, sketch the root locus plot on the graph paper provided, as K varies from 0 to infinite. (15 marks)
- [c] The value of K to yield a stable system with second order complex poles, with damping ratio of 0.5 (25 marks)

1. Satu sistem kawalan suapbalik tunggal diberi seperti berikut:

$$G(s) = \frac{K(s-1)(s-2)}{s(s+1)}$$

- [a] Tentukan bagi sistem tersebut
- (i) Titik perpisahan dan titik pertemuan londar punca (20 markah)
 - (ii) Titik persilangan di paksi khayal (20 markah)
 - (iii) Tentukan julat gandaan supaya sistem adalah stabil. (20 markah)

[b] Dengan menggunakan peraturan binaan londar punca, lakarkan plot londar punca sistem di atas kertas graf yang disediakan, untuk gandaan K yang berubah dari sifar ke infiniti.

(15 markah)

[c] Tentukan julat gandaan K supaya sistem menjadi stabil dengan tertib kedua kutub kompleks apabila nisbah rendaman ialah 0.5.

(25 markah)

2. [a] (i) A basic feedback control block diagram is shown in **Figure 2[a]** where $G(s)$ is the transfer function of the plant and $H(s)$ is the feedback transfer function. The input is represented by $R(s)$ and $C(s)$ is the output. From the first principle derive the overall transfer function of the system. **(20 marks)**
- (ii) If the system considered in (a) is a unity feedback system, draw the equivalent open loop control system block diagram. **(20 marks)**

- [b] A second order system in general can be represented by the characteristic equation as below

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

And when this system is subjected to a derivative control the effective damping ratio is given by

$$\zeta' = \zeta + \frac{\omega_n}{2} T_d$$

Where T_d is a constant for the derivative control.

$$t_r = \frac{\pi - \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

The rise time is given by

and the percentage maximum overshoot is given by

$$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100$$

If the system shown in Figure 2b(i) represents a closed loop control system without a derivative control and Figure 2b(ii) the same system with a derivative control added to it.

Determine for each system

- (i) The overall transfer function **(20 marks)**
- (ii) The effective damping ratio and the constant of T_d for the closed loop system. **(20 marks)**
- (iii) The rise time and the percentage maximum overshoot. **(20 marks)**

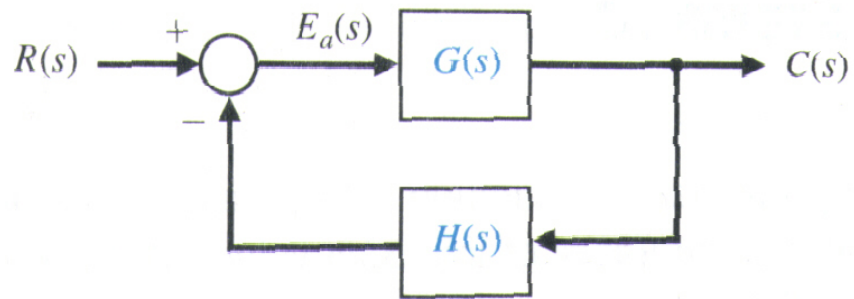


Figure 2(a) – A closed loop system

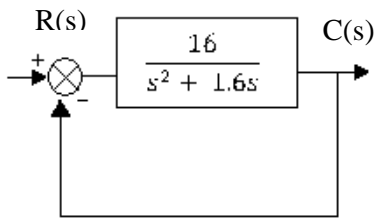


Figure 2b[i]

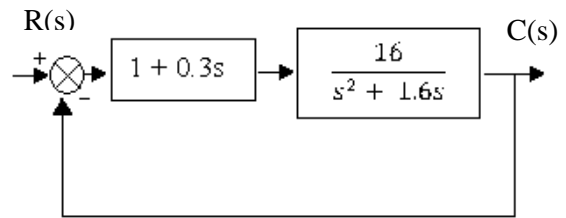


Figure 2b[ii]

2. [a] (i) Sebuah rajah blok kawalan suapbalik asas ditunjukkan di dalam **Rajah 2(a)** di mana $G(s)$ adalah rangkap pindah loji dan $H(s)$ adalah rangkap suapbalik. Masukan diwakili $R(s)$ dan $C(s)$ adalah keluaran. Dengan menggunakan prinsip asas, terbitkan rangkap pindah keseluruhan sistem tersebut.

(20 markah)

- (ii) Jika sistem yang dipertimbangkan di(a) adalah sistem yang mempunyai suapbalik tunggal, lakarkan rajah blok sistem kawalan gelung terbuka yang setara.

(20 markah)

- [b] Sebuah sistem peringkat kedua secara umumnya boleh diwakili dengan persamaan cirian seperti di bawah

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

Apabila sistem ini dikenakan kawalan kebezaan nisbah redaman efektif diberikan oleh

$$\zeta' = \zeta + \frac{\omega_n}{2} T_d$$

di mana T_d pemalar kawalan kebezaan

$$T_d = \frac{\pi - \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

masa bangkit diberikan oleh

dan peratusan lajukan diberikan oleh

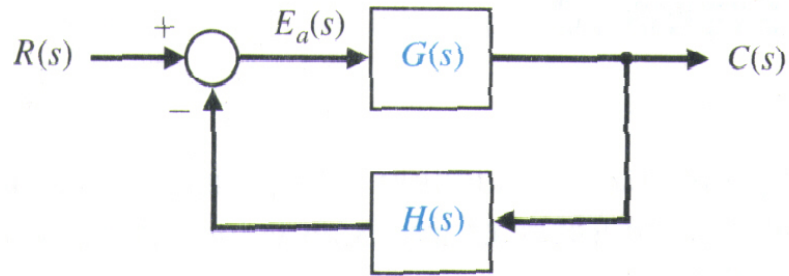
$$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100$$

Jika sistem yang ditunjukkan di dalam Rajah 2b(i) mewakili sistem kawalan gelung tertutup tanpa kawalan kebezaan dan Rajah 2b(ii) adalah sistem yang serupa dengan kawalan kebezaan di tambah kepadanya. Tentukan bagi setiap sistem

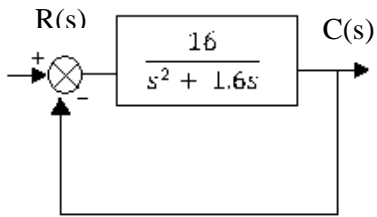
- (i) rangkap pindah keseluruhan (20 markah)

- (ii) nisbah redaman efektif dan pemalar T_d bagi sistem gelung tertutup (20 markah)

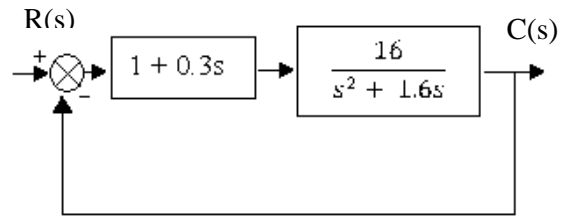
- (iii) masa peningkatan (20 markah)



Rajah 2(a) – Sistem gelung tertutup



Rajah 2b[i]



Rajah 2b[ii]

ANSWER **TWO (2)** QUESTIONS ONLY

JAWAB **DUA (2)** SOALAN SAHAJA

3. The open - loop transfer function of a certain unity feedback system is,

$$G(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+20)}$$

Construct Bode Plots and determine:-

- [a] gain margin and phase margin if $K=40$. (25 marks)
- [b] limiting value of K for system to be stable. (25 marks)
- [c] value of K for gain margin to be 10 dB. (25 marks)
- [d] value of K for phase margin to be 50° (25 marks)

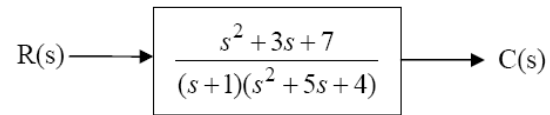
3. *Rangkap pindah gelung-buka untuk sistem suapbalik tunggal ialah,*

$$G(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+20)}$$

Bina Plot Bode dan dapatkan:-

- [a] *jidar gandaan dan jidar fasa jika $K=40$.* (25 markah)
- [b] *nilai penghad K supaya sistem stabil.* (25 markah)
- [c] *nilai K untuk jidar fasa 10 dB.* (25 markah)
- [d] *nilai K untuk jidar fasa 50°* (25 markah)

4. [a] Write the state space equation and the output equation for the system, given the transfer function as follow:



(25 marks)

- [b] Find the transfer function $G(s)=Y(s)/R(s)$ for the following system represented in state space:

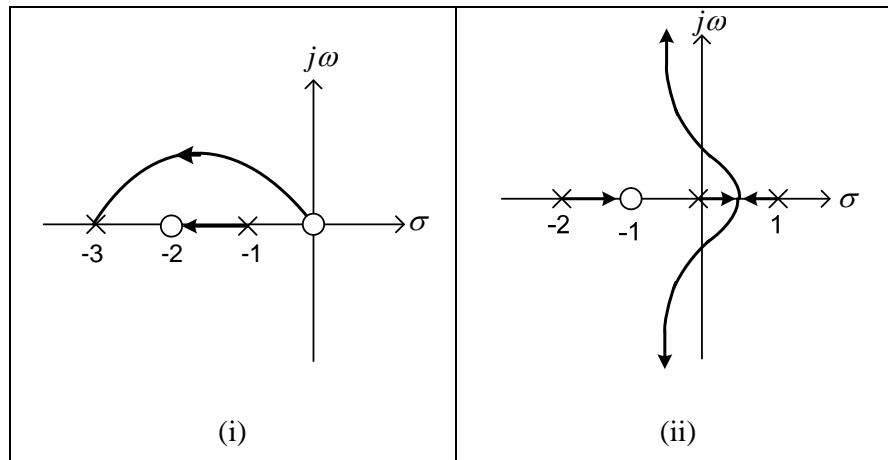
$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \ 0 \ 0] \mathbf{x}$$

(25 marks)

- [c] Referring to Figure 4(c), indicate which of the root loci sketches that are incorrect. State all possible reasons.

(25 marks)



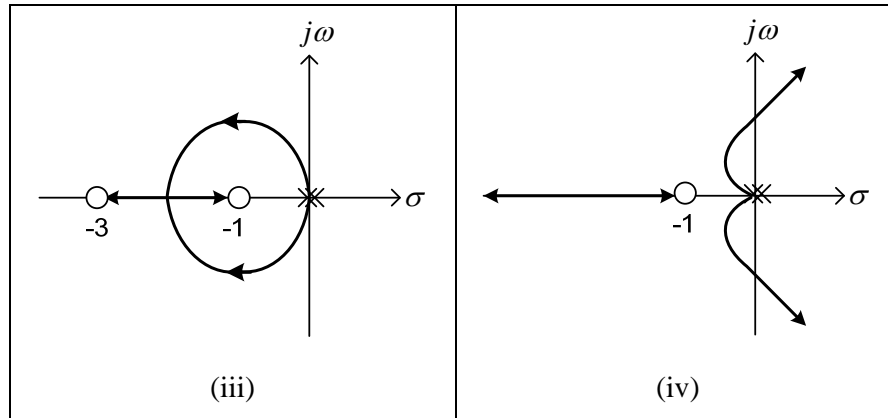
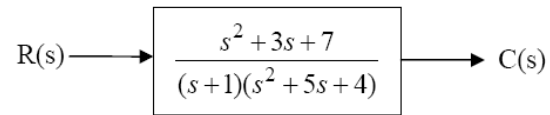


Figure 4(c)

- [d] For the correct root loci sketches in Figure 4 (c), determine which are the root loci of systems that can be unstable for a certain range of gain K . State your reason.

(25 marks)

4. [a] *Tuliskan persamaan ruang keadaan dan persamaan keluaran bagi sistem, diberi rangkap pindah seperti berikut:*



(25 markah)

- [b] *Dapatkan rangkap pindah $G(s)=Y(s)/R(s)$ bagi sistem berikut yang diwakili di dalam ruang keadaan:*

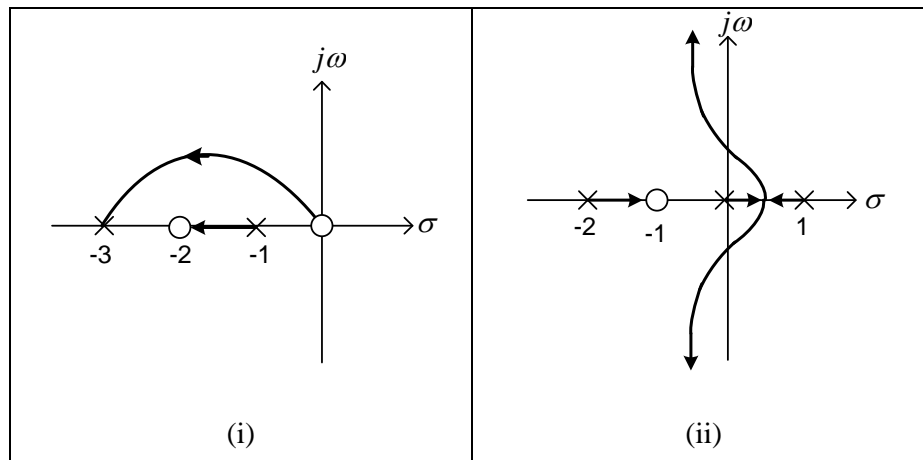
$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

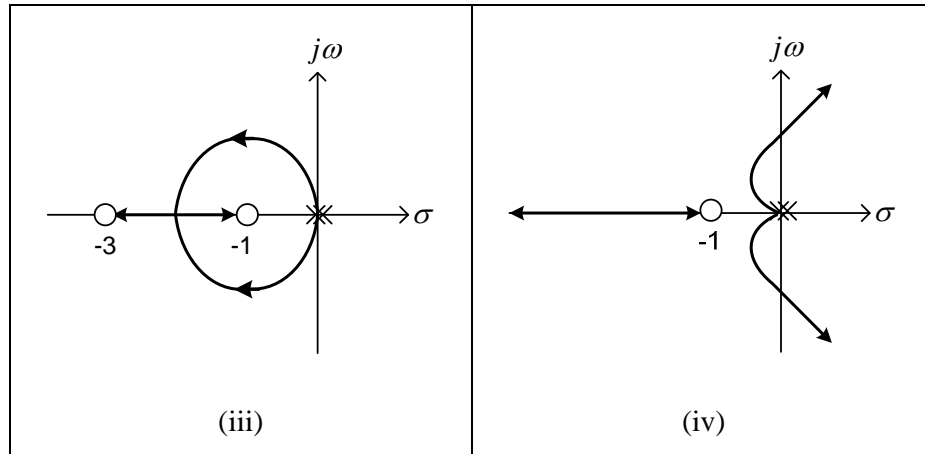
$$y = [1 \quad 0 \quad 0] \mathbf{x}$$

(25 markah)

- [c] *Merujuk kepada Rajah 4(c), nyatakan yang mana adalah lakaran londar punca yang salah. Berikan semua alasan yang mungkin.*

(25 markah)





Rajah 4(c)

- [d] Untuk lakaran londaar punca yang betul dalam Rajah 4(c), nyatakan yang mana merupakan londaar punca sistem yang tidak stabil untuk suatu julat gandaan K . Berikan alasan anda.

(25 markah)

5. A dynamic system can be represented with the equation of motion as below where m, c, k are constants and $F(t)$ is the forcing function which can be treated as the input. The initial condition is $(t=0, x=0, \dot{x}=0.2)$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$$

- [a] Derive the transfer function of the system. State your assumption for the forcing function and the initial conditions in this case
(20 marks)
- [b] In the case where $m=1, c=0.2$ and $k=1$, determine the time response $x(t)$ for a unit step input
(30 marks)
- [c] Using the same constants as in (b) calculate the time constant T , and the time required to reach the 98% response of the steady state response.
(40 marks)
- [d] Calculate the steady state displacement i.e. $x(t)$ for a large value of t using the Final Value Theorem $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$
(10 marks)

5. Sebuah sistem dinamik boleh diwakili oleh satu persamaan gerakan seperti di bawah di mana m, c, k adalah pemalar dan $F(t)$ adalah rangkap daya menguja yang boleh dianggap sebagai masukan. Keadaan awal diberikan sebagai $(t=0, x=0, \dot{x}=0.2)$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$$

- [a] Terbitkan rangkap pindah sistem. Nyatakan anggapan yang dibuat terhadap rangkap daya menguja dan keadaan awal untuk kes ini.
(20 markah)
- [b] Bagi kes di mana $m=1, c=0.2$ dan $k=1$, tentukan sambutan masa $x(t)$ bagi masukan pelangkah tunggal.
(30 markah)
- [c] Menggunakan pemalar yang sama seperti di (b) kirakan pemalar masa T dan masa yang diperlukan untuk sambutan mencapai 98% sambutan keadaan mantap
(40 markah)
- [d] Kira sambutan keadaan mantap iaitu $x(t)$ bagi keadaan nilai besar t dengan menggunakan Teorem Nilai Akhir $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$
(10 markah)

Appendix A/ Lampiran A

Laplace transform	Time function	Description of time function
1		A unit impulse
$\frac{1}{s}$		A unit step function
$\frac{e^{-st}}{s}$		A delayed unit step function
$\frac{1 - e^{-st}}{s}$		A rectangular pulse of duration T
$\frac{1}{s^2}$	t	A unit slope ramp function
$\frac{1}{s^3}$	$\frac{t^2}{2}$	
$\frac{1}{s+a}$	e^{-at}	Exponential decay
$\frac{1}{(s+a)^2}$	te^{-at}	
$\frac{2}{(s+a)^3}$	t^2e^{-at}	
$\frac{a}{s(s+a)}$	$1 - e^{-at}$	Exponential growth
$\frac{a}{s^2(s+a)}$	$t - \frac{(1 - e^{-at})}{a}$	
$\frac{a^2}{s(s+a)^2}$	$1 - e^{-at} - ate^{-at}$	
$\frac{s}{(s+a)^2}$	$(1 - at)e^{-at}$	
$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{e^{-at} - e^{-bt}}{b - a}$	
$\frac{ab}{s(s+a)(s+b)}$	$1 - \frac{b}{b-a}e^{-at} + \frac{a}{b-a}e^{-bt}$	
$\frac{1}{(s+a)(s+b)(s+c)}$	$\frac{e^{-at}}{(b-a)(c-a)} + \frac{e^{-bt}}{(c-a)(a-b)} + \frac{e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$	
$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\sin \omega t$	Sine wave
$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\cos \omega t$	Cosine wave
$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \sin \omega t$	Damped sine wave
$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cos \omega t$	Damped cosine wave
$\frac{\omega^2}{s(s^2 + \omega^2)}$	$1 - \cos \omega t$	
$\frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$	$\frac{\omega}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega t} \sin[\omega\sqrt{1-\zeta^2}t]$	
$\frac{\omega^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)}$	$1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega t} \sin[\omega\sqrt{1-\zeta^2}t + \phi]$	

-ooo000ooo-

