
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2012/2013 Academic Session

January 2013

ESA 380/3 – Orbital Mechanics
[Mekanik Orbit]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please ensure that this paper contains **NINE (9)** printed pages, **ONE (1)** page appendix and **FIVE (5)** questions before you begin examination.

*Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **SEMBILAN (9)** mukasurat bercetak, **SATU (1)** mukasurat lampiran dan **LIMA (5)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan.*

Instructions : Answer. **FIVE (5)** questions

Arahan : Jawab **LIMA (5)** soalan.

1. **Appendix/Lampiran** [1 page/mukasurat]

Student may answer the questions either in **English or Bahasa Malaysia**.

*Pelajar boleh menjawab soalan dalam **Bahasa Inggeris atau Bahasa Malaysia**.*

Each questions must begin from a new page.

Setiap soalan mestilah dimulakan pada mukasurat yang baru.

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.

1. [a] List down the basic Kepler's laws that describe motion in unperturbed planetary motion and Newton's general physical laws that govern the motion of a planet.

Senaraikan hukum-hukum asas Kepler yang menerangkan gerakan dalam pergerakan planet tanpa gangguan dan hukum-hukum fizik am Newton yang mengatur pergerakan planet.

(15 marks/markah)

- [b] Figure 1 shows a system of 4-body problem. Assume that m_4 is an earth satellite and that m_1 is the Earth. While the remaining masses m_2 and m_3 are the moon and other planet, respectively. By considering only gravitational forces of these objects,

Rajah 1 menunjukkan sebuah sistem masalah 4-jasad. Anggap m_4 sebagai sebuah satelit bumi dan m_1 sebagai bumi. Sementara jasad m_2 dan m_3 adalah bulan dan planet lain. Dengan hanya mempertimbangkan tarikan graviti jasad-jasad tersebut,

- [i] Draw the free body diagram of the system.

Lukiskan gambar rajah jasad bebas untuk sistem tersebut.

(5 marks/markah)

- [ii] Develop the equation of motion of the satellite with respect to the inertial frame.

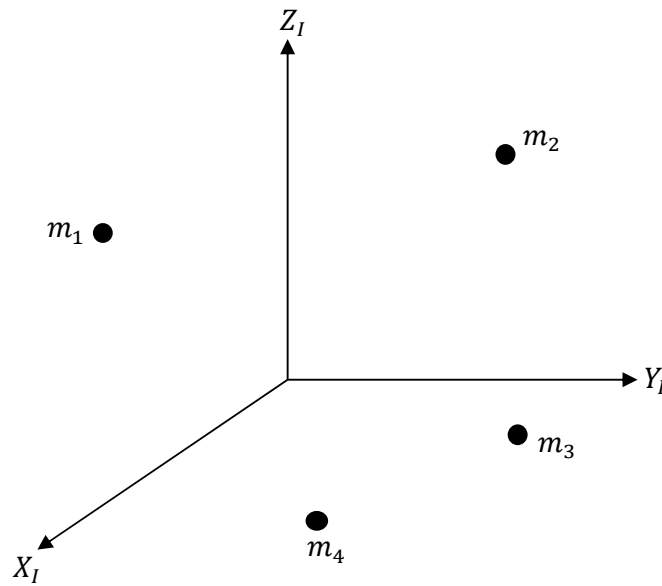
Hasilkan persamaan gerakan satelit relatif kepada bingkai tegar.

(25 marks/markah)

- [iii] Develop the equation of motion of the satellite relative to the earth.

Hasilkan persamaan gerakan satelit relatif kepada bumi.

(25 marks/markah)

**Figure 1/Rajah 1**

- [c] The following position data for an earth orbiter are given:

Data posisi bagi orbit bumi diberi seperti berikut :

Point A = 500 km altitude at a true anomaly of 50°
Titik A = 500 km altitud pada 'true anomaly' of 50°

Point B = 1700 km altitude at a true anomaly of 130°
Titik B = 1700 km altitud pada 'true anomaly' of 130°

- [i] Calculate the eccentricity of the orbit.

Kirakan keesentrikan orbit.

(15 marks/markah)

- [ii] Calculate, in terms of the period T , the time required to fly from A to B. Given the mean anomaly and eccentric anomaly of this type of orbit are as follow

Kirakan, dalam bentuk tempoh T , masa yang diperlukan untuk bergerak dari titik A ke B. Diberi 'mean anomaly' dan 'eccentric anomaly' untuk jenis orbit ini seperti berikut

$$\tan \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta}{2}$$

(15 marks/markah)

2. [a] Given the orbital elements $e = 1.4$, $i = 30^\circ$, $\Omega = 40^\circ$ and $\omega = 60^\circ$. Prove that the transformation matrix from the geocentric equatorial frame into perifocal frame is as follow

Diberi elemen-elemen orbit $e = 1.4$, $i = 30^\circ$, $\Omega = 40^\circ$ dan $\omega = 60^\circ$. Buktikan matrik transformasi untuk penukaran dari bingkai geosepusat khatulistiwa kepada bingkai perifokal adalah seperti berikut

$$[\mathbf{Q}]_{XYZ \rightarrow PQW} = \begin{bmatrix} -0.099068 & 0.89593 & 0.43301 \\ -0.94175 & -0.22496 & 0.25 \\ 0.32139 & -0.38302 & 0.86663 \end{bmatrix}$$

(60 marks/markah)

- [b] Given the state vector of a satellite expressed in perifocal coordinate system at $\theta = 30^\circ$ is

Diberi bahawa vektor keadaan sebuah satelit dinyatakan dalam bingkai perifokal pada $\theta = 30^\circ$ adalah

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= 6285\hat{\mathbf{p}} + 3628.6\hat{\mathbf{q}} \text{ (km)} \\ \mathbf{v} &= -2.4913\hat{\mathbf{p}} + 11.290\hat{\mathbf{q}} \text{ (kms}^{-1}\text{)} \end{aligned}$$

By using the transformation matrix mentioned in [a], express these state vectors in geocentric equatorial frame.

Dengan menggunakan matrik transformasi yang dinyatakan di [a], nyatakan vektor keadaan ini dalam bingkai geoposat khatulistiwa.

(40 marks/markah)

3. [a] Two satellites are orbiting the earth in circular orbits – not at the same altitude or inclination. Discuss all the possible plane change maneuvers to place the lower satellite in the same orbit as that the higher one.

Dua buah satelit sedang mengorbit bumi dalam orbit bulat – bukan pada altitud dan sudut condong orbit yang sama. Bincangkan kesemua perubahan satah olah gerak yang boleh untuk memindahkan satelit yang berada pada orbit rendah untuk berada pada orbit yg sama dengan satelit yang berada pada orbit tinggi.

(30 marks/markah)

- [b] A spacecraft is in a 300 km circular earth orbit. Calculate

Sebuah kapal angkasa berada pada orbit bulat 300 km. Kira

- [i] The total Δv required for the bi-elliptical transfer to a 3000 km altitude coplanar circular orbit, see Figure 2.

Jumlah Δv yang diperlukan untuk perpindahan dwi-elip ke altitud 3000 km orbit bulat sesatah, lihat Gambarajah 2.

(50 marks/markah)

- [ii] The total transfer time.

Jumlah masa perpindahan.

(20 marks/markah)

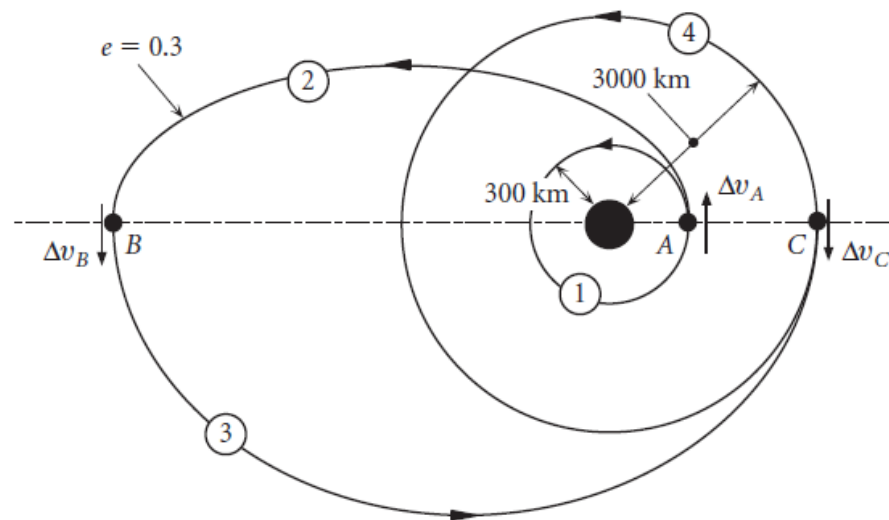


Figure 2/Gambarajah 2

4. [a] Satellites *A* and *B* are in the same circular orbit of radius r where *B* is 180° ahead of *A*.

- [i] Construct the phasing orbit in which satellite *A* will rendezvous with satellite *B* after just one revolution in the phasing orbit.

Bina orbit fasa yang mana satelit A akan bertemu dengan satelit B selepas satu pusingan lengkap dalam orbit fasa.

(5 marks/markah)

- [ii] Determine the semi major axis of the phasing orbit.

Tentukan paksi semi-major untuk orbit fasa.

(20 marks/markah)

- [b] The space station, spacecraft *A* and *B* are all in the same circular orbit of 350 km altitude. Spacecraft *A* is 600 km behind the space station and Spacecraft *B* is a 600 km ahead of the space station. At the same instant, both spacecrafts apply a delta- v so as to arrive at the space station in one revolution of their phasing orbits. See Figure 3.

Stesen angkasa dan kapal angkasa A dan B kesemuanya berada dalam orbit bulat yang sama dengan altitud 350 km. Kapal angkasa A berada 600 km di belakang kapal angkasa manakala kapal angkasa B berada 600 km di hadapan stesen angkasa. Pada masa yang sama, kedua-dua kapal angkasa mengenakan 'delta- v ' supaya kedua-duanya sampai sampai pada stesen angkasa dalam satu pusingan lengkap orbit fasa masing-masing. Lihat Rajah 3.

- [i] Calculate the time required for each spacecraft to reach the space station.

Kira masa yang diperlukan bagi setiap kapal angkasa untuk sampai kepada stesen angkasa.

(25 marks/markah)

- [ii] Calculate the total delta- v requirement for each spacecraft.

Kira jumlah keperluan 'delta- v ' untuk setiap kapal angkasa.

(50 marks/markah)

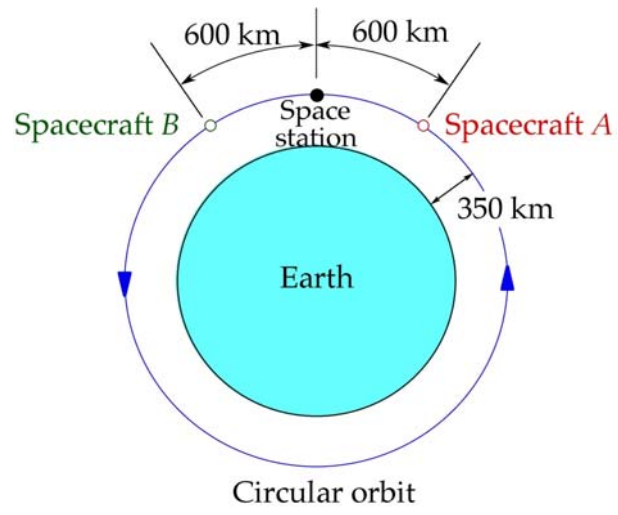


Figure 3/Rajah 3

5. The Space Shuttle was launched on a fifteen-day mission. It involved four orbits where all of them are at 39° inclination.

'Space Shuttle' dilancarkan untuk misi 15 hari. Ia melibatkan 4 orbit yang mana kesemua sudut condong orbit adalah 39° .

Orbit 1: 302 km by 296 km.

Orbit 1: 302 km dengan 296 km.

Orbit 2 (day 11): 291 km by 259 km.

Orbit 2 (hari ke-11): 291 km dengan 259 km.

Orbit 3 (day 12): 259 km circular.

Orbit 3 (hari ke-12): 259 km bulat.

Orbit 4 (day 13): 255 km by 194 km.

Orbit 4 (day 13): 255 km dengan 194 km.

Assuming this mission implemented using Hohmann transfer:

Andaikan misi ini dilaksanakan dengan menggunakan teknik pindah Hohmann:

- [a] Explain briefly the Hohmann transfer technique.

Terangkan secara ringkas teknik pindah Hohmann.

(20 marks/markah)

- [b] Sketch the orbits of this mission including the transfer orbits and the vector of Δv

Lakarkan orbit-orbit untuk misi ini termasuk orbit-orbit pindah yang terlibat dan vektor Δv .

(20 marks/markah)

- [c] Calculate the total delta- v .

Kirakan jumlah delta- v .

(60 marks/markah)

ooo000ooo

APPENDIX/LAMPIRAN

$$J_0 = 367y - \text{INT} \left\{ \frac{7 \left[y + \text{INT} \left(\frac{m+9}{12} \right) \right]}{4} \right\} + \text{INT} \left(\frac{275m}{9} \right) + d + 1721013.5$$

$$JD = J_0 + \frac{UT}{24}$$

$$T_0 = \frac{J_0 - 2451545}{36525}$$

$$\theta_{G0} = 100.4606184 + 36000.77004T_0 + 0.000387933T_0^2 - 2.583(10^{-8})T_0^3 \text{ (degrees)}$$

$$\theta_G = \theta_{G0} + 360.98564724 \frac{UT}{24}$$

$$\mathbf{N} = r_1(\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3) + r_2(\mathbf{r}_3 \times \mathbf{r}_1) + r_3(\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{r}_1$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{r}_1(r_2 - r_3) + \mathbf{r}_2(r_3 - r_1) + \mathbf{r}_3(r_1 - r_2)$$

$$\mathbf{v} = \sqrt{\frac{\mu}{ND}} \left(\frac{\mathbf{D} \times \mathbf{r}}{r} + \mathbf{S} \right)$$