

SULIT



Second Semester Examination
2017/2018 Academic Session
May / June 2018

**MAT251 - Introduction to Operations Research
(Pengantar Penyelidikan Operasi)**

Duration : 3 hours
(Masa : 3 jam)

Please check that this examination paper consists of **SIX (6)** pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **ENAM (6)** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

Instructions: Answer **all four (4)** questions.

[Arahan: Jawab **semua empat (4)** soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

...2/-

SULIT

Question 1

- (a) Rob Rowman, a swim team coach, needs to assign swimmers to a 200m medley relay team to send to the World Championships. Since most of the best swimmers perform well in more than one stroke, it is not clear which swimmer should be assigned to each of the four strokes. The five fastest swimmers and the best times (in seconds) they have achieved in each stroke (for 50m) are:

Stroke	Dick	Mick	Bartholomew	Rick	Nick
Backstroke	33.7	32.9	33.8	37.0	35.4
Breaststroke	43.4	33.1	42.2	34.7	41.8
Butterfly	33.3	28.5	38.9	30.4	33.6
Freestyle	29.2	26.4	29.6	28.5	31.1

Help Rob assign four swimmers to the four strokes to minimise the sum of the corresponding best times. Which swimmer does not make the team?

[15 marks]

- (b) Give an example for each of the following, and explain your answer:

- (i) A tableau that shows an infeasible maximisation Linear Program (LP).
- (ii) A non-optimal tableau of a minimisation LP.
- (iii) A tableau that shows an unbounded minimisation LP.

[15 marks]

Soalan 1

- (a) Rob Rowman, jurulatih pasukan renang, perlu melantik perenang bagi pasukan renang berganti-ganti rampai 200 meter yang akan bertanding di Kejohanan Dunia. Oleh kerana kebanyakan perenang yang terbaik berprestasi baik dalam lebih daripada satu gaya renang, tidak jelas perenang mana patut dipilih untuk keempat-empat gaya renang. Lima perenang terbaik dan masa tercepat (dalam saat) yang dapat mereka capai dalam setiap gaya renang (50m):

Gaya Renang	Dick	Mick	Bartholomew	Rick	Nick
Gaya Kuak Lentang	33.7	32.9	33.8	37.0	35.4
Gaya Kuak Dada	43.4	33.1	42.2	34.7	41.8
Gaya Kuak Kupu-Kupu	33.3	28.5	38.9	30.4	33.6
Gaya Bebas	29.2	26.4	29.6	28.5	31.1

Bantu Rob tetapkan empat perenang kepada keempat-empat gaya renang tersebut untuk tujuan meminimumkan jumlah masa terbaik yang berkenaan. Perenang manakah yang tidak dipilih untuk memasuki pasukan?

[15 markah]

...3/-

(b) Berikan contoh bagi setiap yang berikut, dan jelaskan jawapan yang anda beri:

- (i) Tablo yang menunjukkan suatu masalah Pengaturcaraan Linear (PL) maksimum adalah tidak tersaur.
- (ii) Tablo bukan optimal bagi suatu masalah PL minimum.
- (iii) Tablo yang menunjukkan suatu masalah PL minimum adalah optimum tak terbatas.

[15 markah]

Question 2

Consider the project activities and related information in the following table:

Activity	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Preceding Activities	-	-	-	B	B	E	E	A, D	A, D	B	C, F	C, F	G, I, J, K
Duration (days)	5	10	1	8	9	3	4	3	7	10	5	4	8

- (a) Draw the arrow diagram for the project. [9 marks]
- (b) Show the earliest and latest event times on the diagram. Calculate the total and free floats for each activity. [8 marks]
- (c) Report the critical path for the project, and the project duration. [3 marks]

Soalan 2

Pertimbangkan aktiviti-aktiviti bagi suatu projek, bersama maklumat berkaitan yang diberikan dalam jadual berikut:

Aktiviti	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Aktiviti Dahulu	-	-	-	B	B	E	E	A, D	A, D	B	C, F	C, F	G, I, J, K
Tempoh (hari)	5	10	1	8	9	3	4	3	7	10	5	4	8

- (a) Lakarkan gambarajah aliran projek ini. [9 markah]
- (b) Tunjukkan masa terawal and terlewat buat setiap acara di atas gambarajah. Hitung jumlah masa apungan dan masa apungan bebas bagi setiap aktiviti. [8 markah]
- (c) Laporkan lintasan genting dan tempoh projek tersebut. [3 markah]

...4/-

Question 3

Consider the following Linear Program (LP):

$$\begin{aligned} &\text{maximise } z = 2x_1 + 7x_2 - 3x_3 \\ &\text{subject to} \\ &\quad x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 30 \\ &\quad x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 10 \\ &\quad x_1, \quad x_2, \quad x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

(a) Show that the optimal tableau for the LP is as follows:

Basic	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	Solution
z	0	1	1	0	2	20
s_1	0	-1	5	1	-1	20
x_1	1	4	1	0	1	10

[6.5 marks]

(b) What happens to the current optimal basis when the following changes are applied separately?

(i) $c_3 = -5$.

(ii) $b_2 = 20$.

[7 marks]

(c) Determine the range of optimality for c_1 .

[6.5 marks]

(d) What is the largest positive change we can make to c_2 while ensuring that the current basis remains optimal? What is the resulting optimal objective value when we make this change?

[5 marks]

Soalan 3

Pertimbangkan masalah Pengaturcaraan Linear (PL) berikut:

$$\begin{aligned} &\text{maksimumkan } z = 2x_1 + 7x_2 - 3x_3 \\ &\text{terhadap} \\ &\quad x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 30 \\ &\quad x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 10 \\ &\quad x_1, \quad x_2, \quad x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

...5/-

(a) Tunjukkan bahawa tablo optimum bagi masalah PL adalah seperti berikut:

Asas	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	Penyelesaian
z	0	1	1	0	2	20
s_1	0	-1	5	1	-1	20
x_1	1	4	1	0	1	10

[6.5 markah]

(b) Apakah yang akan terjadi kepada asas optimum semasa apabila perubahan-perubahan berikut dilaksanakan secara berasingan?

(i) $c_3 = -5$.

(ii) $b_2 = 20$.

[7 markah]

(c) Tentukan julat optimum bagi c_1 .

[6.5 markah]

(d) Apakah perubahan positif terbesar boleh dibuat kepada c_2 yang memastikan asas semasa masih optimum? Apakah nilai objektif optimum baru yang didapati apabila perubahan tersebut dilaksanakan?

[5 markah]

Question 4

(a) I want to invest my savings of RM100,000 and I have 2 options: Plan A guarantees that each RM1 invested will earn 70 cents after a year, while Plan B guarantees that each RM1 invested will earn RM2 after 2 years. Plan A investments can be made annually, but Plan B investments can only be made for periods that are multiples of 2 years. Formulate a Linear Program that maximises my earnings after 3 years. Assume that everything earned at the end of each year is invested in the next year.

[13 marks]

(b) Consider the following Linear Program (LP):

$$\text{maximise } z = -3x_1 + x_2$$

subject to

$$x_1 - x_2 \geq -4$$

$$x_1 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

...6/-

- (i) Solve the LP using the Graphical Method.
- (ii) Which constraints and/or variable bounds are binding at the optimal solution? Justify your answer.
- (iii) Give the LP a new objective that would result in the LP having multiple optimal solutions. State and draw the new objective function on your graph from (i). Indicate the multiple optimal solutions on the graph as well.

[12 marks]

Soalan 4

- (a) Saya ingin melabur wang simpanan saya sebanyak RM100,000 dan saya mempunyai 2 pilihan: Rancangan A menjamin bahawa setiap RM1 yang dilaburkan akan memperoleh 70 sen selepas setahun, manakala Rancangan B menjamin bahawa setiap RM1 yang dilaburkan akan memperoleh RM2 selepas 2 tahun. Pelaburan bagi Rancangan A boleh dibuat setiap tahun, tetapi pelaburan bagi Rancangan B hanya boleh dibuat untuk tempoh yang gandaannya 2 tahun. Rumuskan suatu masalah Pengaturcaraan Linear yang memaksimumkan pendapatan saya selepas 3 tahun. Anggapkan semua yang diperoleh pada akhir setiap tahun dilaburkan pada tahun selepasnya.

[13 markah]

- (b) Pertimbangkan masalah Pengaturcaraan Linear (PL) berikut:

$$\text{maksimumkan } z = -3x_1 + x_2$$

terhadap

$$x_1 - x_2 \geq -4$$

$$x_1 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

- (i) Selesaikan masalah PL tersebut menggunakan Kaedah Graf.
- (ii) Kekangan dan/atau batasan pembolehubah manakah yang terikat pada penyelesaian optimum? Berikan justifikasi untuk jawapan anda.
- (iii) Berikan PL tersebut objektif baru yang akan menyebabkan PL mempunyai penyelesaian optimum berganda. Nyatakan dan lakarkan fungsi objektif baru anda di dalam graf dari (i). Tunjukkan juga penyelesaian optimum berganda tersebut dalam graf.

[12 markah]