

SULIT



Second Semester Examination
2017/2018 Academic Session

May / June 2018

MAA102 - Calculus for Science Students II
(Kalkulus untuk Pelajar Sains II)

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

...2/-

SULIT

Please check that this examination paper consists of **FOURTEEN (14)** pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT BELAS (14)** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

Instructions : Answer **all ten (10)** questions.

Arahan : Jawab **semua sepuluh (10)** soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

Question 1

Determine whether the following sequences converge or diverge.

(a) $\left\{ \frac{\cos 3n}{2n-1} \right\}$

(b) $\left\{ \frac{n}{e^n} \right\}$

[10 marks]

Soalan 1

Tentukan sama ada jujukan berikut menumpu atau mencapah.

(a) $\left\{ \frac{\cos 3n}{2n-1} \right\}$

(b) $\left\{ \frac{n}{e^n} \right\}$

[10 markah]

Question 2

Use an appropriate test to determine whether

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)}{2^n n} \text{ converges or diverges.}$$

[10 marks]

...4/-

Soalan 2

Gunakan ujian yang bersesuaian untuk menentukan sama ada $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)}{2^n n}$ menumpu atau mencapah.

[10 markah]

Question 3

For the function $f(x) = \frac{x^2}{1-2x}$,

- (a) find the power series representation of f , and;
- (b) determine the radius and interval of convergence for the power series in part (a).

[10 marks]

...5/-

SULIT

Soalan 3

Bagi fungsi $f(x) = \frac{x^2}{1-2x}$,

- (a) cari perwakilan siri kuasa f , dan;
- (b) tentukan jejari dan selang penumpuan bagi siri kuasa dalam bahagian (a).

[10 markah]

Question 4

Determine whether $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^{p+1}} dx$, $p \in \mathbb{R}$ converges or diverges.

[10 marks]

Soalan 4

Tentukan sama ada $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^{p+1}} dx$, $p \in \mathbb{R}$ menumpu atau mencapah.

[10 markah]

...6/-

Question 5

Imagine a bug moving along a surface defined by $f(x, y) = 4 - 2x^2 - y^2$. Then the slope of the path encountered by the bug will depend on both the bug's position and the direction in which it is moving. Suppose the bug is above the point $(1, 1)$ in the xy -plane.

- (a) If the bug is moving in the direction of the vector $r = \langle -1, -1 \rangle$, will the bug be ascending or descending? At what rate?
- (b) If the bug is moving in the direction of the vector $r = \langle 4, 3 \rangle$, will the bug be ascending or descending? At what rate?
- (c) In which direction should the bug go if it wants the rate of ascend/descend to increase most rapidly? What is the rate of ascend/descend in that direction?

[10 marks]

...7/-

Soalan 5

Bayangkan seekor serangga bergerak di sepanjang permukaan yang ditakrifkan oleh $f(x,y) = 4 - 2x^2 - y^2$. Kemudian cerun laluan yang diambil oleh serangga tersebut akan bergantung pada kedudukan serangga dan arah pada mana serangga sedang bergerak. Katakan serangga tersebut berada di atas titik $(1, 1)$ pada satah- xy .

- (a) Jika serangga tersebut bergerak pada arah vektor $r = \langle -1, -1 \rangle$, adakah serangga tersebut akan naik atau turun? Pada kadar berapa?
- (b) Jika serangga tersebut bergerak pada arah vektor $r = \langle 4, 3 \rangle$, adakah serangga tersebut akan naik atau turun? Pada kadar berapa?
- (c) Pada arah manakah serangga tersebut harus bergerak jika ia mahu kadar naik/turun meningkat paling cepat? Apakah kadar naik/turun pada arah tersebut?

[10 markah]

...8/-

Question 6

Let f be a differentiable function of three variables and suppose that $w=f(x-y, y-z, z-x)$.

Show that $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$.

[10 marks]

Soalan 6

Biarkan f sebagai fungsi terbezakan yang mangandungi tiga pemboleh ubah dan andaikan bahawa $w = f(x - y, y - z, z - x)$. Tunjukkan bahawa

$$\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

[10 markah]

...9/-

SULIT

Question 7

The packaging department in a company is to design a rectangular box with no top and a partition down the middle, as shown in Figure 1. The box must have a volume of 750 cm^3 . Find the box width, length and height that will minimize the area of material used to construct the box.

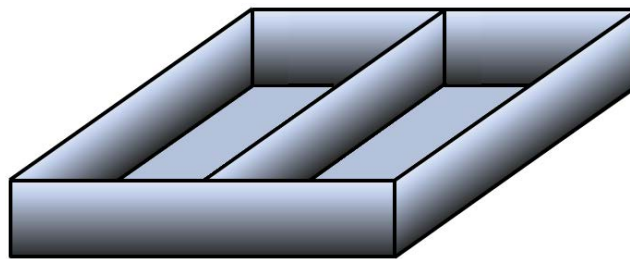


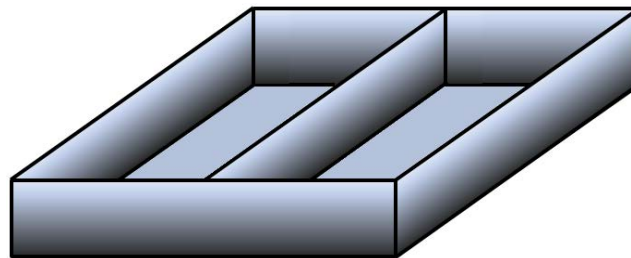
Figure 1: A rectangular box with no top and a partition down the middle.

[10 marks]

...10/-

Soalan 7

Satu jabatan pembungkusan dalam sebuah syarikat sedang merekabentuk satu kotak segiempat tanpa bahagian atas dan dengan pemisah bahagian tengah, seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 1. Kotak tersebut mesti mempunyai jumlah isipadu 750 cm^3 . Cari lebar, panjang dan ketinggian kotak yang akan meminimumkan luas kawasan bahan yang digunakan untuk membina kotak tersebut.



Rajah 1: Satu kotak segiempat tepat tanpa bahagian atas dan dengan pemisah bahagian tengah.

[10 markah]

...11/-

SULIT

Question 8

Evaluate $\iint_D y^2 dA$, where D is the upper half of the unit disk given by the set $\{(x, y): x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$.

[10 marks]

Soalan 8

Nilaikan $\iint_D y^2 dA$, dengan D sebagai bahagian setengah atas cakera unit yang diberikan oleh set $\{(x, y): x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$.

[10 markah]

Question 9

Find an implicit formula for the curve which passes through the point $(-2, 1)$ and satisfies the ordinary differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{3y + 2x}{2y - 3x}$.

[10 marks]

...12/-

Soalan 9

Cari rumus tersirat bagi lengkung yang melepasi titik $(-2, 1)$ dan memenuhi persamaan pembezaan biasa $\frac{dy}{dx} = \frac{3y+2x}{2y-3x}$.

[10 markah]

Question 10

A company is trying to expose a new product to as many people as possible through TV ads. Suppose that the rate of exposure (k) to new people (N) is proportional to the number of those who have not seen the product out of L possible viewers. No one is aware of the product at the start of the campaign and after 10 days, 40% of L are aware of the product. Mathematically,

$$\frac{dN}{dt} = k(L - N) \text{ with } N(0) = 0 \text{ and } N(10) = 0.4L.$$

- (a) Solve the differential equation.
- (b) What percent of L will have been exposed after 5 days of campaign?

...13/-

SULIT

- (c) How many days will it take to expose 80% of L ?
- (d) Graph the solution found in (a) for $0 \leq t \leq 90$.

[10 marks]

Soalan 10

Sebuah syarikat sedang berusaha untuk mendedahkan produk baru kepada seramai mungkin orang melalui iklan TV. Katakan kadar pendedahan (k) kepada orang baru (N) adalah berkadar langsung dengan bilangan orang yang tidak pernah melihat produk daripada L penonton. Tiada siapa yang mengenali produk tersebut pada permulaan kempen dan selepas 10 hari, 40% daripada L mengenali produk tersebut. Secara matematik,

$$\frac{dN}{dt} = k(L - N) \text{ dengan } N(0) = 0 \text{ dan } N(10) = 0.4L.$$

- (a) *Selesaikan persamaan pembezaan tersebut.*
- (b) *Berapa peratus daripada L akan terdedah selepas 5 hari kempen?*

...14/-

- (c) *Berapa hari diperlukan untuk mendedahkan 80% daripada L ?*
- (d) *Grafkan penyelesaian yang didapati dalam (a) untuk $0 \leq t \leq 90$.*

[10 markah]

- oooOOooo -