

SULIT



First Semester Examination
Academic Session 2018/2019

December 2018/January 2019

**MSS419 - Geometry
(Geometri)**

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of FIVE (5) pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA (5) muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions : Answer **FOUR** (4) questions.

Arahan : Jawab **EMPAT** (4) soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah digunakan].

...2/-

SULIT

Question 1

- (i) Prove that the sum of angles in any triangle equals π by drawing a line which is parallel to any one of the sides of the triangle on the vertex opposite to the chosen side.
- (ii) Using the result from part (i), obtain a formula for the sum of angles in a convex polygon (that is, a polygon for which the line segment between any two points in it lies entirely in it) by splitting it into triangles from some point inside the polygon.
- (iii) Hence obtain a formula for each angle in a regular polygon.
- (iv) Prove that the only regular polygons that can be used to entirely tile a plane are triangles, squares or hexagons.
- (v) Prove that each angle in a regular n -gon is always less than each angle in a regular $(n + 1)$ -gon.
- (vi) Prove that each angle in a regular polygon is between $\pi/3$ (inclusive) and π .

[30 marks]

Soalan 1

- (i) *Buktikan bahawa hasil tambah sudut bagi sebarang segi tiga ialah π dengan melukis suatu garis yang selari dengan sebarang satu sisi pada bucu yang bertentangan dengan sisi yang dipilih.*
- (ii) *Menggunakan keputusan di bahagian (i), peroleh suatu formula bagi hasil tambah sudut dalam suatu poligon cembung (iaitu, suatu poligon yang garis segmen di antara sebarang dua titik di dalamnya terkandung dalam poligon itu) dengan membelahnya kepada segi-segi tiga dari suatu titik di dalam poligon itu.*
- (iii) *Dengan demikian peroleh suatu formula bagi setiap sudut dalam bagi suatu poligon sekata.*
- (iv) *Buktikan bahawa poligon sekata yang dapat digunakan untuk menjubinkan keseluruhan sesuatu satah hanyalah segi tiga, segi empat atau heksagon.*

...3/-

- (v) *Buktikan bahawa setiap sudut dalam suatu n -gon sekata sentiasa lebih kecil dari sudut dalam suatu $(n + 1)$ -gon sekata.*
- (vi) *Buktikan bahawa setiap sudut dalam suatu poligon sekata berada di antara $\pi/3$ (terangkum) dan π .*

[30 markah]

Question 2

Let (x, y) be the coordinates of point P on the Cartesian plane. Suppose the transformation $T(x, y) = (x + 2, y + 2)$ sends the point P to the point P' .

- (i) Describe this transformation and show that it is an isometry.
- (ii) A, B and C are the points $(4,0)$, $(1,2)$ and $(3,4)$ on the Cartesian plane. If the triangle ABC undergoes T and then is reflected about the y -axis, find the image of this triangle.

[10 marks]

Soalan 2

Biar (x, y) merupakan koordinat titik P pada satah Cartesian. Andaikan penjelmaan $T(x, y) = (x + 2, y + 2)$ menghantar titik P ke titik P' .

- (i) *Terangkan penjelmaan ini dan tunjukkan bahawa ia merupakan suatu isometri.*
- (ii) *A, B dan C merupakan titik-titik $(4,0)$, $(1,2)$ dan $(3,4)$ pada satah Cartesian. Jika segi tiga ABC melalui T dan kemudiannya dipantulkan pada paksi- y , cari imej bagi segi tiga ini.*

[10 markah]

Question 3

Euclid assumes that it is possible to draw a circle if its center and radius is given.

- (i) Construct a circle inscribed in a square. Now, construct another square, inscribed in that circle, whose diagonals are parallel to the square that circumscribes the circle. (Describe all the steps that you use.)
- (ii) If the sides of the larger square have lengths x units and diagonals y units, state the length of the diagonal of the smaller square and find the lengths of its sides in terms of y .

...4/-

SULIT

- (iii) Assuming that x and y are integers, with y being the smallest one possible that allow the construction of the square that circumscribes the circle, what can you conclude about the lengths of the sides of the inscribed square? Hence conclude whether y is an odd or even integer.
- (iv) Using the triangle in the larger square, find $\sqrt{2}$ in terms of x and y . Hence, prove that $\sqrt{2}$ is irrational.

[30 marks]

Soalan 3

Euclid menganggap bahawa suatu bulatan dapat dilukis jika diberi pusat dan radiusnya.

- (i) *Bina satu bulatan yang terterap dalam suatu segi empat sama. Sekarang bina satu segi empat sama, yang terterap dalam bulatan ini, yang kedua-dua pepenjuruanya selari dengan segi empat yang menerapi bulatan itu. (Terangkan semua langkah yang anda gunakan.)*
- (ii) *Jika panjang sisi segi empat yang lebih besar merupakan x unit dan pepenjuruanya y unit, nyatakan panjang pepenjuru segi empat sama yang lebih kecil itu dan cari panjang sisinya dalam sebutan y .*
- (iii) *Dengan menganggap bahawa x dan y merupakan integer, dengan y merupakan yang paling kecil mungkin yang dapat digunakan untuk membina segi empat sama yang membendung bulatan itu, apakah kesimpulan anda mengenai panjang sisi segi empat sama yang lebih kecil itu? Dengan demikian, rumuskan sama ada y merupakan integer genap atau ganjil.*
- (iv) *Menggunakan segi tiga yang terbentuk dalam segi empat yang lebih besar itu, cari $\sqrt{2}$ dalam sebutan x dan y . Dengan demikian, buktikan bahawa $\sqrt{2}$ bukan nombor rasional.*

[30 markah]

Question 4

The three axioms for a projective plane are:

- (A1) Any two “points” are contained in a unique “line”.
 - (A2) Any two “lines” contain a unique “point”.
 - (A3) There exist four “points”, no three of which are in a “line”.
-
- (i) State a model for the real projective plane \mathbb{R}^3 by starting with the definition of “points” as the lines through the origin.
 - (ii) Find the equation of the plane ($ax + by + cz = 0$) going through the origin that contains the points $(0,0,1)$ and $(1,1,1)$. Show that this plane does not contain the points $(1,0,0)$ and $(0,1,0)$.
 - (iii) Hence, show that your model for the real projective plane satisfies (A3).

[30 marks]

Soalan 4

Tiga aksiom bagi satah unjuran adalah:

- (A1) *Sebarang dua “titik” terkandung dalam satu “garis” yang unik.*
 - (A2) *Sebarang dua “garis” mengandungi satu “titik” yang unik.*
 - (A3) *Terdapat empat “titik”, sebarang tiga daripada mereka tidak terkandung dalam satu “garis”.*
-
- (i) *Nyatakan suatu model bagi satah unjuran nyata \mathbb{R}^3 bermula dengan takrifan “titik” sebagai garis-garis yang melalui asalan.*
 - (ii) *Cari persamaan satah yang melalui asalan ($ax + by + cz = 0$) yang mengandungi titik $(0,0,1)$ dan $(1,1,1)$. Tunjukkan bahawa satah ini tidak mengandungi titik $(1,0,0)$ dan $(0,1,0)$.*
 - (iii) *Dengan demikian, tunjukkan bahawa model satah unjuran anda memenuhi aksiom (A3).*

[30 markah]

-ooo00ooo-