

SULIT



First Semester Examination
Academic Session 2018/2019

December 2018/January 2019

MSG370 - Mathematics of Finance
(Matematik Kewangan)

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of TEN (10) pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi SEPULUH (10) muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions : Answer **EIGHT (8)** questions.

[Arahan : Jawab **LAPAN (8)** soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah digunapakai].

...2/-

SULIT

Question 1

Ahmad deposits RM10,000 at the beginning of each year for ten years, into a financial instrument offering dividend rate of 10% per year. He then withdraws annualized level payments of P starting at the beginning of eleventh year and continuing for 15 years later, at dividend rate of 5% per year. At the end of 25 years, the fund balance remains zero.

- (a) Find the present value of the annualized deposits he makes.

[4 marks]

- (b) Find the annualized level payment of withdraw, P .

[3 marks]

- (c) Find the balance of the fund at the end of 15 years starting from the year he makes his first deposit, just before the next sixth withdraw is being made.

[4 marks]

Soalan 1

Ahmad menyimpan RM10,000 pada setiap awal tahun selama sepuluh tahun, ke dalam suatu instrumen kewangan yang menawarkan kadar dividen 10% setahun. Beliau kemudiannya mengeluarkan sejumlah bayaran tahunan tetap, P bermula pada awal tahun kesebelas dan bersambung selama 15 tahun kemudiannya, pada kadar dividen 5% setahun. Pada hujung tahun ke-25, dana tersebut berbaki sifar.

- (a) Cari nilai kini deposit tahunan yang beliau buat.

[4 markah]

- (b) Cari nilai bayaran pengeluaran tahunan tetap, P .

[3 markah]

- (c) Cari baki dana simpanan tersebut pada hujung tahun ke-15, bermula dari tahun beliau membuat simpanan pertamanya, sebelum pengeluaran ke-6 seterusnya dibuat.

[4 markah]

Question 2

The force of interest is defined as follows,

$$\delta(t) = \frac{2}{3(1+t)}, \quad t > 0$$

By using the above force of interest, answer the following questions:-

- (a) Derive $a(t)$. [4 marks]
- (b) Find i_3 . [3 marks]
- (c) Find the present value of sum of the payment of RM100 made at the end of first year and RM300 made at the end of third year. [3 marks]
- (d) If RM200 and RM400 are respectively deposited initially and at the end of second year, find the accumulated value of the deposited fund at the end of five years. [3 marks]

Soalan 2

Daya faedah ditakrifkan seperti berikut,

$$\delta(t) = \frac{2}{3(1+t)}, \quad t > 0$$

Dengan menggunakan daya faedah di atas, jawab soalan-soalan berikut:-

- (a) *Dapatkan $a(t)$.* [4 markah]
- (b) *Cari i_3 .* [3 markah]
- (c) *Cari nilai kini sejumlah bayaran bagi RM100 yang dibuat pada hujung tahun pertama dan RM300 dibuat pada hujung tahun ketiga.* [3 markah]
- (d) *Jika RM200 dan RM400 masing-masing disimpan pada awalnya dan pada hujung tahun kedua, cari nilai tertumpuk jumlah simpanan tersebut pada hujung tahun kelima.* [3 markah]

Question 3

Units of RM1, are deposited at the beginning of each year for n years into a financial instrument offering an interest rate of i annually. The interests are then re-invested into another financial instruments offering the interest rate of j annually.

- (a) Derive the accumulated value of deposited fund at the end of n years based on i and j above.

[4 marks]

- (b) At $n = 10$, $i = 5\%$ and $j = 4\%$, find (a).

[3 marks]

- (c) If $j = i$, show that (a) is equal to the future value of annuity-due at interest rate of i .

[4 marks]

Soalan 3

Unit RM1, disimpan pada setiap awal tahun selama n tahun ke dalam suatu instrumen kewangan yang menawarkan kadar faedah i setahun. Faedah-faedah tersebut dilaburkan semula ke dalam instrumen kewangan lain yang menawarkan kadar faedah j setahun.

- (a) Dapatkan nilai tertumpuk bagi simpanan ini pada hujung n tahun berdasarkan i dan j di atas.

[4 markah]

- (b) Pada $n = 10$, $i = 5\%$ dan $j = 4\%$, cari (a).

[3 markah]

- (c) Jika $j = i$, tunjukkan bahawa (a) adalah bersamaan dengan nilai akhir bagi annuiti-awalan pada kadar faedah i .

[4 markah]

Question 4

A 25-year monthly payment mortgage loan for RM200,000 is offered at a nominal rate of interest of 6% convertible monthly. Find the,

- (a) monthly payment of the loan. [3 marks]
- (b) balance of the loan after five years. [3 marks]
- (c) total principals and total interests respectively that are paid in the 5-th year. [6 marks]

After five years, the interest rate increases to a nominal rate of 7.2% convertible monthly. Find,

- (d) the new monthly payment after five years. [3 marks]
- (e) the total interests that would be paid on the loan over 25 years. [3 marks]

Soalan 4

Suatu pinjaman gadai janji 25-tahun secara ansuran bulanan berjumlah RM200,000 ditawarkan pada kadar faedah nominal boleh ubah 6% secara bulanan. Cari,

- (a) *jumlah ansuran bulanan bagi pinjaman tersebut.* [3 markah]
- (b) *baki pinjaman tersebut selepas lima tahun.* [3 markah]
- (c) *jumlah pembayaran balik pokok dan jumlah faedah masing-masing yang dibayar sepanjang tahun kelima.* [6 markah]

Selepas lima tahun, kadar faedah bertambah pada kadar nominal boleh ubah 7.2% secara bulanan. Cari,

- (d) *ansuran bulanan yang baru selepas lima tahun.* [3 markah]
- (e) *Jumlah faedah keseluruhan yang akan dibayar bagi pinjaman tersebut sepanjang tempoh 25 tahun.* [3 markah]

...6/-

Question 5

A loan of L , paid annually, is made for a term of n years at an effective interest rate of i . The lender allows only annual year-end interest payments made until at the end of n years. In order to pay the loan of L at the end of n years, the borrower will make level annual year-end payments into a sinking fund earning j interest rate per year.

- (a) Show that the annual payment made is $iL + \frac{L}{s_{\overline{n}|j}}$. [3 marks]

- (b) If $j = \frac{i}{2}$,

- (i) Determine the level sinking fund deposit and the balance in the sinking fund at k -th payment.

- (ii) Show that the total principal repayment for the k -th payment is,

$$\frac{2L \left(1 + \frac{i}{2}\right)^k}{(2 + i)s_{\overline{n}|i/2}}.$$

[9 marks]

- (c) For $L = RM50,000$, $i = 5\%$, $j = 2.5\%$ and $n = 15$, find,

- (i) the annual payment under this scheme
- (ii) the total principal repayment for the 5-th payment.

[4 marks]

Soalan 5

Sejumlah pinjaman L , yang dibayar secara tahunan, dibuat selama n tahun pada kadar faedah i . Pemiutang hanya membenarkan jumlah faedah dibayar pada setiap akhir tahun sehingga hujung n tahun. Bagi membayar L pinjaman balik pada hujung n tahun, peminjam akan membuat ansuran tetap setiap hujung tahun ke dalam dana terikat pada kadar faedah j setahun.

- (a) *Tunjukkan bahawa jumlah ansuran tahunan yang dibuat adalah $iL + \frac{L}{s_{\overline{n}|j}}$.*

[3 markah]

- (b) *Jika $j = \frac{i}{2}$,*

- (i) *Tentukan deposit ansuran tetap dana terikat dan baki dalam dana terikat pada bayaran ke- k .*

...7/-

- (ii) Tunjukkan bahawa jumlah bayaran balik pokok pada pembayaran ke- k adalah,

$$\frac{2L \left(1 + \frac{i}{2}\right)^k}{(2 + i)s_{\overline{n}|i/2}}.$$

[9 markah]

- (c) Untuk $L = \text{RM}50,000$, $i = 5\%$, $j = 2.5\%$ dan $n = 15$, cari,

- (i) bayaran ansuran tahunan di bawah skim ini.
(ii) jumlah bayaran balik pokok pada bayaran ke-5.

[4 markah]

Question 6

An investor is proposed to invest RM48,000 and is promised in return of annual payment series of RM4,500 paid at the end of each year for the first 10 years, and another annual payment series of RM5,000 paid at the end of each year for the next 10 years.

- (a) Using the effective interest rate of i , construct the Net Present Value (NPV) of the payments above.

[3 marks]

- (b) For $i = 6\%, 7\%, 8\%$, find the respective NPVs.

[4 marks]

- (c) If the proposed present value is the invested amount of RM48,000, by using interpolation obtained by (b), find his internal rate of return (IRR).

[4 marks]

Soalan 6

Seorang pelabur dicadangkan untuk melabur RM48,000 dan dijanjikan sebagai pulangan siri ansuran tahunan RM4,500 dibayar pada setiap hujung tahun bagi 10 tahun pertama, dan satu lagi siri ansuran RM5,000 dibayar pada setiap hujung tahun bagi 10 tahun berikutnya.

- (a) Dengan menggunakan kadar faedah efektif i , bina nilai kini bersih (NKB) bagi pembayaran-pembayaran di atas.

[3 markah]

...8/-

- (b) Bagi $i = 6\%, 7\%, 8\%$, cari NKB masing-masing. [4 markah]
- (c) Jika nilai kini yang dicadangkan berjumlah RM48,000, dengan menggunakan kaedah interpolasi bagi nilai-nilai yang diperolehi dari (b), cari kadar pulangan dalamannya (KPD). [4 markah]

Question 7

You are given the following information about an investment account:

Date	Value Immediately Before Deposit/Withdraw, RM	Deposit / withdraw, RM
January, 1	$4X$	X
June, 1	3,000	
December, 31	3,500	

- (a) If the time-weighted rate of return is 4.9%, find X . [5 marks]
- (b) Based on X obtained, find the dollar-weighted rate of return. [5 marks]

Soalan 7

Anda diberi maklumat-maklumat berikut berkaitan suatu akaun pelaburan:

Tarikh	Nilai sebelum Deposit/Pengeluaran, RM	Deposit/Pengeluaran, RM
Januari, 1	$4X$	X
Jun, 1	3,000	
Disember, 31	3,500	

- (a) Jika kadar pulangan wajaran masa adalah 4.9%, cari X . [5 markah]
- (b) Berdasarkan nilai X yang telah diperolehi, cari kadar pulangan wajaran wang. [5 markah]

Question 8

Afifah can buy one of two following bonds:-

Bond 1: a zero coupon bond that will pay RM1,500 at the end of 10 years.

Bond 2: a 5% bond coupon rates payable semi-annually based on RM1,000 face value, that will pay RM1,000 at the end of 10 years. The coupons are then re-invested at the nominal rate of 4% convertible semi-annually.

Bond 1 and Bond 2 are currently sold at RM837.59 and RM850 respectively.

- (a) For Bond 1, find the effective rate of return for the zero coupon bond if she wishes to purchase it.

[3 marks]

- (b) For Bond 2, Afifah determines RM X as the price of the bond using the same rate of return as in Bond 1.

- (i) Calculate the future value of Bond 2 under the nominal re-invested rate of 4% convertible semi-annually, at the end of 10 years.

- (ii) By using the effective rate of interest under Bond 1, calculate X .

[5 marks]

- (c) Choose which one of the two following bonds is better. State the reason.

[2 marks]

Soalan 8

Afifah boleh membeli salah satu daripada dua bon berikut:-

Bon 1: Bon kupon sifar dengan membayar RM1,500 pada akhir 10 tahun.

Bon 2: Bon dengan kadar kupon 5% boleh bayar secara setengah tahunan berdasarkan nilai muka RM1,000, yang akan dibayar RM1,000 pada akhir 10 tahun. Kupon-kupon tersebut dilaburkan semula pada kadar nominal boleh ubah 4% secara setengah tahunan.

Bon 1 dan Bon 2 buat masa ini dijual pada harga RM837.59 dan RM850 masing-masing.

- (a) *Bagi Bon 1, cari kadar pulangan efektif bagi bon kupon sifar jika beliau mahu membelinya.*

[3 markah]

...10/-

SULIT

- (b) *Bagi Bon 2, Afifah menetapkan RM X sebagai harga bon dengan menggunakan kadar pulangan yang sama dengan Bon 1.*
- (i) *Hitung nilai tertumpuk bon tersebut di bawah kadar nominal pelaburan semula boleh ubah 4% secara setengah tahunan, pada akhir 10 tahun.*
- (ii) *Dengan menggunakan kadar faedah efektif di bawah Bon 1, hitung X .*
- [5 markah]*
- (c) *Pilih yang mana satu daripada dua bon tersebut adalah terbaik. Nyatakan sebabnya.*
- [2 markah]*