

**SULIT**

---



First Semester Examination  
Academic Session 2018/2019

December 2018/January 2019

**MGM531 - Euclidean Geometry  
(*Geometri Euklidan*)**

Duration : 3 hours  
(*Masa : 3 jam*)

---

Please check that this examination paper consists of FOUR (4) pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT (4) muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

**Instructions:** Answer **THREE (3)** questions.

**[Arahan:** Jawab **TIGA (3)** soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

*[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].*

...2/-

**SULIT**

**Question 1**

(Use the provided blank A4 paper for the drawings). Draw a triangle  $ABC$  with the lengths of its sides  $a = 5.5$  cm,  $b = 5$  cm and  $c = 4.5$  cm such that  $BC$  is the (horizontal) base, with the vertex  $B$  at (approximate) distances of 11 cm from the top of your page and 6 cm from the left margin.

- Draw the three internal angle bisectors of  $ABC$  by using a compass, pencil and ruler. Discuss why these bisectors are concurrent at the incentre,  $I$ , of  $ABC$ .
- Draw the incircle of  $ABC$ .
- Find the area of  $ABC$ . Hence, prove that the altitude of  $ABC$  from  $A$  to  $BC$  equals  $30\sqrt{2}/11$  cm.
- Find the areas of the triangles  $IAB$ ,  $IBC$  and  $ICA$  in terms of  $r$ , the inradius of  $ABC$ . Hence, use your answer in (c) to calculate the value of  $r$ .
- Draw the three external angle bisectors of  $ABC$  by using a compass, pencil and ruler.
- Draw the three excircles of the triangle  $ABC$ . Hence, discuss the accuracy of your drawings.

[ 35 marks ]

**Soalan 1**

(Guna kertas A4 kosong yang diberi untuk lukisan). Lukiskan segi tiga  $ABC$  yang panjang sisinya  $a = 5.5$  cm,  $b = 5$  cm dan  $c = 4.5$  cm sedemikian  $BC$  merupakan tapak (mendatar), dengan verteks  $B$  pada jarak (anggaran) 11 cm dari atas muka surat dan 6 cm dari margin kiri.

- Lukiskan tiga pembahagi sama sudut dalam bagi  $ABC$  dengan menggunakan kompas, pensil dan pembaris. Bincangkan kenapa ketiga-tiga pembahagi sama sudut tersebut bersempu pada pusat dalam,  $I$ , bagi  $ABC$ .
- Lukiskan bulatan dalam bagi  $ABC$ .
- Cari luas  $ABC$ . Dengan demikian, buktikan bahawa altitud bagi  $ABC$  dari  $A$  ke  $BC$  bersamaan  $30\sqrt{2}/11$  cm.
- Cari luas bagi  $IAB$ ,  $IBC$  dan  $ICA$  dalam sebutan  $r$ , jejari dalam bagi  $ABC$ . Seterusnya, guna jawapan anda di (c) untuk mengira nilai  $r$ .
- Lukiskan tiga pembahagi sama sudut luar bagi  $ABC$  dengan menggunakan kompas, pensil dan pembaris.
- Lukiskan ketiga-tiga bulatan luar bagi segi tiga  $ABC$ . Seterusnya, bincangkan ketepatan lukisan anda.

[ 35 markah ]

...3/-

**Question 2**

State Ceva's Theorem together with a diagram to illustrate it.

- (a) Show that the altitudes of a triangle are concurrent.
- (b) Prove that each internal angle bisector of a triangle divides the opposite side into segments proportional in length to the adjacent sides of the angle. (Hint: Use the Law of Sines for the half angle made).
- (c) Show that the internal bisectors of the three angles of a triangle are concurrent by using Ceva's Theorem and your answer in (b).

[ 30 marks ]

**Soalan 2**

*Nyatakan Teorem Ceva berserta dengan satu gambar rajah untuk mengilustrasikannya.*

- (a) *Tunjukkan bahawa altitud-altitud bagi segi tiga adalah bersejajar.*
- (b) *Buktikan bahawa setiap pembahagi sama sudut dalam membahagi sisi bertentangan kepada segmen yang panjangnya berkadar dengan sisi bersebelahan sudut tersebut. (Petunjuk: Gunakan Hukum Sinus bagi sudut separuh yang dibentuk).*
- (c) *Tunjukkan bahawa pembahagi sama sudut dalam bagi ketiga-tiga sudut segi tiga adalah bersejajar dengan menggunakan Teorem Ceva dan jawapan anda di (b).*

[ 30 markah ]

**Question 3**

Let  $P$  be an external point of a circle. Draw two distinct secants  $PAB$  and  $PCD$  such that  $AB$  and  $CD$  are chords of the circle.

- (a) Prove that  $PA \times PB = PC \times PD$ .
- (b) Alternatively, if the point  $P$  lies on the circle, i.e.,  $P$  moves from being an external point to become concurrent with  $A$  and  $C$ , state why  $PA \times PB = PC \times PD$  is still obtained.
- (c) If  $PT$  is a tangent to the circle, prove that  $PA \times PB = PT^2$ .
- (d) It can be shown that  $PA \times PB = PC \times PD$  even if  $P$  is an internal point of a circle. The power of a point  $P$  with respect to a circle is defined as  $d^2 - R^2$  where  $d$  is the distance from  $P$  to the centre of the circle and  $R$  is the radius of the circle. Using the results above, determine the three possible locations of  $P$  when its power is zero, positive and negative respectively.

[ 35 marks ]

**Soalan 3**

Biar  $P$  titik luar satu bulatan. Lukiskan dua sekan yang berbeza  $PAB$  dan  $PCD$  sedemikian  $AB$  dan  $CD$  adalah perentas bulatan tersebut.

- (a) Buktikan bahawa  $PA \times PB = PC \times PD$ .
- (b) Secara alternatif, jika titik  $P$  terletak pada bulatan, iaitu,  $P$  bergerak dari menjadi titik luar untuk bersetemu dengan  $A$  and  $C$ , nyatakan kenapa  $PA \times PB = PC \times PD$  masih diperoleh.
- (c) Jika  $PT$  ialah tangen kepada bulatan, buktikan bahawa  $PA \times PB = PT^2$ .
- (d) Boleh ditunjukkan bahawa  $PA \times PB = PC \times PD$  walaupun jika  $P$  ialah titik dalam satu bulatan. Kuasa satu titik  $P$  terhadap bulatan ditakrif sebagai  $d^2 - R^2$  di mana  $d$  ialah jarak dari  $P$  ke pusat bulatan dan  $R$  ialah jejari bulatan tersebut. Dengan menggunakan keputusan di atas, tentukan tiga lokasi kemungkinan bagi  $P$  apabila kuasanya ialah sifar, positif and negatif masing-masing.

[ 35 markah ]