

SULIT



First Semester Examination
2017/2018 Academic Session

January 2018

MSS419 - Geometry
[Geometri]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of **FIVE (5)** pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA (5)** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

Instructions : Answer **all four** (4) questions.

Arahan : Jawab **semua empat** (4) soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

Question 1

Prove that the sum of angles in any triangle equals π by drawing a line which is parallel to any one of the sides of the triangle on the vertex opposite to the chosen side.

- (i) Using the result above, obtain a formula for the sum of angles in a convex polygon (i.e., a polygon for which the line segment between any two points in it lies entirely in it) by splitting it into triangles from some point inside the polygon.
- (ii) Hence obtain a formula for each angle in a regular polygon.
- (iii) Prove that the only regular polygons that can be used to entirely tile a plane are triangles, squares or hexagons.
- (iv) Prove, by contradiction or otherwise, that each angle in a regular n -gon is always less than each angle in a regular $(n + 1)$ -gon.
- (v) Prove that each angle in a regular polygon is between $\pi/3$ (inclusive) and π .

[30 marks]

Soalan 1

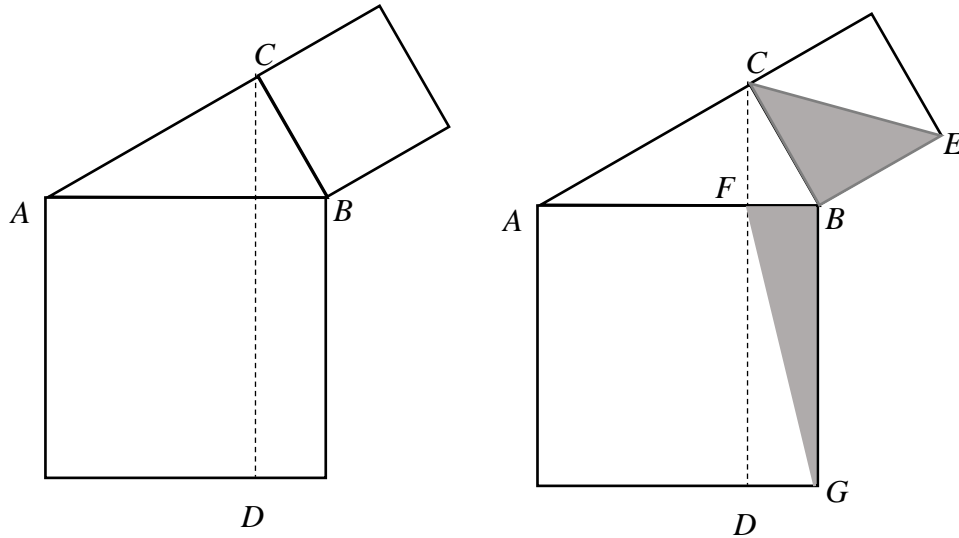
Buktikan bahawa hasil tambah sudut bagi sebarang segi tiga ialah π dengan melukis suatu garis yang selari dengan sebarang satu sisi pada bucu yang bertentangan dengan sisi yang dipilih.

- (i) *Menggunakan keputusan di atas, dapatkan suatu formula bagi hasil tambah sudut dalam suatu poligon konveks (iaitu, suatu poligon yang berciri sebarang garis di antara dua titik di dalamnya terkandung dalam poligon itu) membelahnya kepada segi-segi tiga dari suatu titik di dalam poligon itu.*
- (ii) *Dengan demikian peroleh suatu formula bagi setiap sudut dalam suatu poligon sekata.*
- (iii) *Buktikan bahawa hanya segi tiga, segi empat dan heksagon sekata merupakan poligon sekata yang dapat digunakan untuk menjubinkan keseluruhan sesuatu satah.*
- (iv) *Buktikan, dengan kontradiksi atau sebaliknya, bahawa setiap sudut dalam suatu n -gon sekata sentiasa lebih kecil dari sudut dalam suatu $(n + 1)$ -gon sekata.*
- (v) *Buktikan bahawa nilai setiap sudut dalam suatu poligon sekata adalah di antara $\pi/3$ (inklusif) dan π .*

[30 markah]

Question 2

In each diagram below, the right-angled triangle ABC is bordered on two of its sides by squares; lines AB and CD are perpendicular to each other. In the diagram on the right, two more triangles, CBE and BFG , have been drawn and shaded.

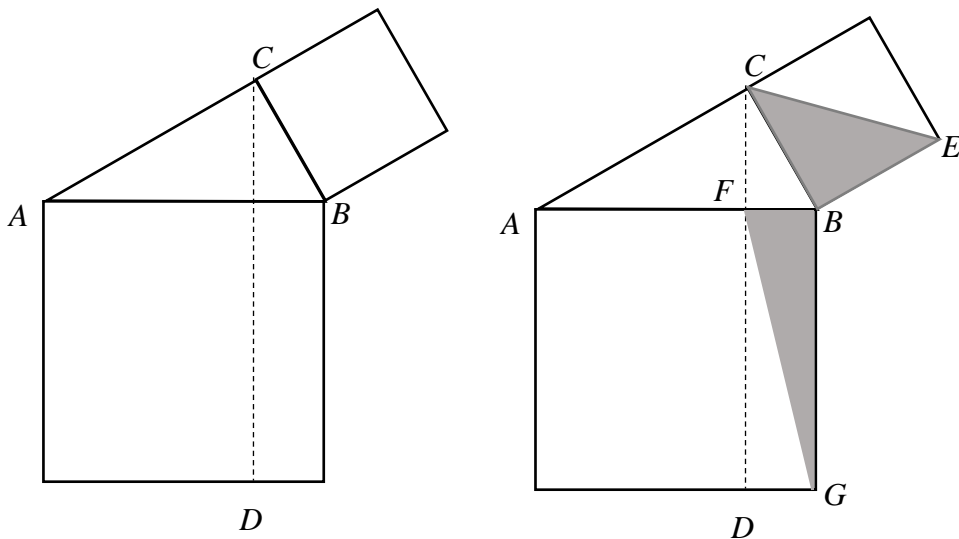


In your answer booklet, make two copies of the diagram on the left. Using your two copies, label, draw and shade a sequence of triangles which prove geometrically that the areas of CBE and BFG are equal. Justify your answer. Hence, prove the Pythagorean theorem.

[20 marks]

Soalan 2

Dalam setiap gambar rajah di bawah, segi tiga bersudut tepat ABC mempunyai dua sisinya disempadani oleh segi empat sama; garis lurus AB dan CD bersilang pada sudut tepat. Dalam gambar rajah di kanan, dua lagi segi tiga, CBE and BFG , telah dilukis dan dilorek.



Dalam buku jawapan anda, buat dua salinan gambar rajah di sebelah kiri. Gunakan dua salinan itu untuk melabel, melukis dan melorek jujukan dua segi tiga yang dapat membuktikan secara geometri bahawa CBE dan BFG mempunyai keluasan yang sama. Berikan justifikasi untuk jawapan anda. Dengan demikian, buktikan teorem Pythagoras.

[20 markah]

Question 3

$A = (0,0), B = (1,0), C = (0,1)$ are three points on a Cartesian plane which are sent by an isometry f (not necessarily respectively) to the points $D = (1.64, -4.48), E = (1.92, -5.44), F = (0.96, -5.72)$.

- (i) Sketch the six points and verify that f is an isometry by proving that both the triangles are congruent.
- (ii) State the point $f(A)$.
- (iii) Given $f(x, y) = (a + cx - 0.96y, b + 0.96x + dy)$, use your answer in (ii) to find the values of a and b . Hence find the values of c and d . What type of isometry is this?
- (iv) If f is a glide reflection, state the points $f(B)$ and $f(C)$.

[30 marks]

Soalan 3

$A = (0,0), B = (1,0), C = (0,1)$ merupakan tiga titik atas satah Cartesian yang dihantar melalui suatu isometri f (tidak semestinya masing-masing) kepada $D = (1.64, -4.48), E = (1.92, -5.44), F = (0.96, -5.72)$.

- (i) Lakarkan semua enam titik di atas dan tentusahkan bahawa f merupakan suatu isometri dengan membuktikan kekongruenan kedua-dua segi tiga itu.
- (ii) Nyatakan titik $f(A)$.
- (iii) Diberikan $f(x, y) = (a + cx - 0.96y, b + 0.96x + dy)$, gunakan jawapan anda dalam (ii) untuk mencari nilai a dan b . Dengan demikian cari nilai c dan d . Apakah jenis isometri ini?
- (iv) Jika f merupakan suatu pantulan gelungsur, nyatakan titik $f(B)$ dan $f(C)$.

[30 markah]

Question 4

Define rules for divisions by zero and infinity so that the function $f(x) = \frac{1}{x}$ on the real projective line $\mathbb{R} \cup \{\infty\}$ works properly.

Hence, solve and interpret your solution for x (in terms of y and the constants a, b, c, d) in the equation $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. (Note where your solution assumes $ad - bc \neq 0$.)

[20 marks]

Soalan 4

Takrifkan peraturan bagi pembahagian dengan sifar dan infiniti supaya fungsi $f(x) = \frac{1}{x}$ di atas garis projektiif nyata $\mathbb{R} \cup \{\infty\}$ dapat digunakan.

Dengan demikian, selesaikan dan tafsirkan penyelesaian bagi x (dalam sebutan y dan pemalar a, b, c, d) dalam persamaan $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. (Nyatakan di mana penyelesaian anda menganggap $ad - bc \neq 0$.)

[20 markah]

-oooOooo-