

SULIT



First Semester Examination
2017/2018 Academic Session

January 2018

MSS417 - Coding Theory
[Teori Pengkodan]

Duration : 3 hours
(Masa : 3 jam)

Please check that this examination paper consists of **SEVEN (7)** pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TUJUH (7)** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini].*

Instructions : Answer **all five (5)** questions.

Arahan : Jawab **semua lima (5)** soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah digunapakai].

...2/-
SULIT

Question 1

Determine whether each of the following statement is true or false. If it is false give a counter example. If it is true, justify your answer.

- (a) Let $S = \{001, 101\}$ be the set of all message words and $G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Then $C = \{mG \mid m \in S\}$ is a linear code.

[3 marks]

- (b) The binary code $C = \{0000, 1010, 1110, 0001\}$ is a linear code.

[3 marks]

- (c) The matrix $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ is a generating matrix of a binary code of length 5 and dimension 3.

[3 marks]

- (d) The 7-ary code $C = \left\{ (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_5) \in F_7^5 \mid \sum_{i=1}^5 ia_i = 0 \pmod{7} \right\}$ is a cyclic code.

[3 marks]

- (e) All $[n, k, d]$ -codes with $d=2t+1$ for some positive integer t , contains only coset leaders with weight less than or equal to t .

[6 marks]

Soalan 1

Tentukan sama ada setiap kenyataan berikut adalah benar atau palsu. Jika palsu, beri satu contoh lawan. Jika adalah betul, buktikan kenyataan tersebut.

- (a) Biar $S = \{001, 101\}$ adalah satu set kata mesej dan $G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Maka $C = \{mG \mid m \in S\}$ adalah suatu kod linear.

[3 markah]

(b) Kod binari $C = \{0000, 1010, 1110, 0001\}$ ialah kod linear.

[3 markah]

(c) Matriks $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ adalah satu matriks penjana bagi satu kod binari yang berpanjang 5 dan berdimensi 3.

[3 markah]

(d) Kod per-7-an $C = \left\{ (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_5) \in F_7^5 \mid \sum_{i=1}^5 ia_i = 0 \pmod{7} \right\}$ adalah satu kod kitaran.

[3 markah]

(e) Semua kod- $[n,k,d]$ dengan $d=2t+1$ bagi suatu integer positif t akan hanya mempunyai ketua koset yang berberat kurang atau sama dengan t .

[6 markah]

Question 2

Construct the finite field F_8 and use it to construct a binary $[7,4,3]$ -code.

[16 marks]

Soalan 2

Binakan medan terhingga F_8 dan gunakannya untuk membina satu $[7,4,3]$ - kod binari.

[16 markah]

Question 3

Let C be a binary linear code defined by

$$C = \left\{ (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6) \in F_2^6 \mid x_1+x_2+x_4=0; x_1+x_3+x_5=0; x_1+x_2+x_3+x_6=0 \right\}.$$

(a) Find a pair of generator matrix and parity check matrix for C .

[7 marks]

- (b) Construct the syndrome lookup table for C .
[11 marks]
- (c) Is C an optimal code?
[2 marks]
- (d) Give a decoding algorithm of C that enables C to be a single error correcting code. Justify the mechanism of your decoding algorithm.
[8 marks]
- (e) Give a decoding algorithm of C that enables C to be a double errors detecting code. Justify the mechanism of your decoding algorithm.
[7 marks]

Soalan 3

Biar C adalah suatu kod linear binari seperti yang ditakrifkan berikut

$$C = \left\{ (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6) \in F_2^6 \mid x_1 + x_2 + x_4 = 0; x_1 + x_3 + x_5 = 0; x_1 + x_2 + x_3 + x_6 = 0 \right\}.$$

- (a) Dapatkan satu pasang matriks penjana dan matriks semakan pariti bagi C .
[7 marks]
- (b) Binakan jadual carian sindrom untuk C .
[11 markah]
- (c) Adakah C suatu kod optimal?
[2 markah]
- (d) Berikan satu algoritma penyahkodan bagi C yang membolehkannya berfungsi sebagai suatu kod pembedulan ralat tunggal. Jelaskan mekanisme algoritma penyahkodan anda.
[8 markah]
- (e) Berikan suatu algoritma penyahkodan bagi C yang membolehkannya berfungsi sebagai suatu kod pengesanan dua ralat. Jelaskan mekanisme algoritma penyahkodan anda.
[7 markah]

Question 4

Let C be a linear code over F_5 with parity check matrix

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Find the length, dimension and minimum distance of C .

[6 marks]

- (b) Show that C is self-dual, that is, $C^\perp = C$.

[3 marks]

- (c) Prove that for every even integer n , there exists a self-dual linear code in F_5^n .

[6 marks]

Soalan 4

Biar C suatu kod linear atas F_5 dengan matriks semakan pariti

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Dapatkan panjang, dimensi dan jarak minima bagi C .

[6 markah]

- (b) Tunjukkan C adalah swa-dual, iaitu, $C^\perp = C$.

[3 markah]

- (c) Tunjukkan bagi setiap integer genap n , wujud suatu kod linear yang swa-dual pada F_5^n .

[6 markah]

Question 5

Below is a factorisation of $x^7 + 1$ over F_2 :

$$x^7 + 1 = (x + 1)(x^3 + x + 1)(x^3 + x^2 + 1) .$$

- (a) Give a generator polynomial and its respective generator matrix for a binary cyclic code C of length 7 and dimension 3.

[6 marks]

- (b) Give a different generator polynomial and its respective generator matrix for a binary cyclic code D of length 7 and dimension 3.

[7 marks]

- (c) Two linear codes over a field F , are said to be equivalent if one is obtained from the other by means of a sequence of the following transformations:

- (i) A permutation of the positions of the code;
(ii) Multiplication of digits in a fixed position by a non-zero scalar in F .

By using the above definition, prove that the codes C and D obtained in (a) and (b) are equivalent linear codes.

[3 marks]

Soalan 5

Di bawah adalah satu pemfaktoran untuk $x^7 + 1$ atas F_2

$$x^7 + 1 = (x + 1)(x^3 + x + 1)(x^3 + x^2 + 1) .$$

- (a) *Berikan satu polinomial penjana bersama-sama dengan matriks penjananya untuk suatu kod kitaran C yang berpanjang 7 dan berdimensi 3.*

[6 markah]

- (b) *Berikan satu polinomial penjana yang lain bersama-sama dengan matriks penjananya bagi suatu kod kitaran D yang berpanjang 7 dan berdimensi 3.*

[7 markah]

- (c) *Dua kod linear atas suatu medan F dikatakan setara jika satu boleh diperoleh daripada yang lain dengan menggunakan suatu urutan transformasi yang berikut:*
- (i) *suatu pilihatur kedudukan-kedudukan kod;*
 - (ii) *mendarabkan semua digit dalam satu kedudukan tertentu dengan satu skala tak sifar di F .*

Dengan menggunakan takrifan di atas, tunjukkan bahawa kod C dan D yang diperoleh di (a) dan (b) adalah kod linear setara.

[3 markah]

- 00000000 -