



UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2017/2018 Academic Session

January 2018

MSG456 - Mathematical Programming
[Pengaturcaraan Matematik]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of SIX pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer all three [3] questions.

[Arahan: Jawab semua tiga [3] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

Question 1

- (a) Determine whether the following statements are true (T) or false (F). If the statement is false, explain why.
- (i) The idea of Separable Programming is to replace nonlinear functions with piecewise linear approximations with nonlinear conditions.
 - (ii) In the Method of Feasible Directions, we use the directional derivative to find the direction in which to move.
 - (iii) All Nonlinear Programs (NLPs) must have nonlinear objective functions.
 - (iv) A globally optimal solution is also locally optimal.
 - (v) All locally optimal solutions are also globally optimal.
 - (vi) We are only able to use Kuhn-Tucker Conditions to solve NLPs with unrestricted variables.
 - (vii) A stationary point for a multi-variable function is either a local minimum or a local maximum.
 - (viii) In Separable Programming, using more grid points results in a better approximation.
 - (ix) We use leading principal minors of the Hessian of a multi-variable function to determine the function's convexity.
 - (x) Only a linear function can be both convex and concave.
- (b) **Sketch** a 2D graph for each of the following:
- (i) A nonlinear function $f(x)$ that is unimodal on $[u, v]$.
 - (ii) The representation of a single-variable unconstrained NLP.
 - (iii) The representation of a two-variable constrained NLP where the feasible region is a convex set.

[25 marks]

Soalan 1

- (a) Tentukan sama ada pernyataan-pernyataan berikut adalah benar (**T**) atau tidak benar (**F**). Bagi pernyataan-pernyataan yang tidak benar, terangkan sebabnya.
- (i) *Idea Pengaturcaraan Terpisahkan adalah untuk menggantikan fungsi tak linear dengan anggaran linear cebis demi cebis berserta syarat-syarat tak linear.*
 - (ii) *Dalam Kaedah Arah Tersaur, kita gunakan terbitan berarah untuk mendapatkan arah yang patut dituju.*
 - (iii) *Semua model Pengaturcaraan Tak Linear (PTL) memerlukan fungsi matlamat yang tak linear.*
 - (iv) *Penyelesaian yang optimum secara global juga adalah optimum tempatan.*
 - (v) *Semua penyelesaian optimum tempatan juga adalah optimum secara global.*
 - (vi) *Kita hanya boleh menggunakan Syarat-Syarat Kuhn-Tucker untuk menyelesaikan masalah PTL yang pembolehubahnya tak tersekat.*
 - (vii) *Titik pegun bagi fungsi pembolehubah berganda adalah minimum tempatan ataupun maksimum tempatan.*
 - (viii) *Dalam Pengaturcaraan Terpisahkan, menggunakan lebih banyak titik grid akan memberi penghampiran yang lebih baik.*
 - (ix) *Kita gunakan minor prinsipal pelopor bagi Hessian bagi fungsi pembolehubah berganda untuk menentukan kecembungan fungsi tersebut.*
 - (x) *Hanya fungsi linear yang boleh menjadi kedua-duanya cembung dan cekung.*
- (b) **Lakarkan** graf 2D graph bagi setiap yang berikut:
- (i) *Fungsi tak linear $f(x)$ yang “unimodal” pada $[u, v]$.*
 - (ii) *Suatu PTL satu pembolehubah yang tiada kekangan.*
 - (iii) *Suatu PTL dua pembolehubah berkekangan yang ruang penyelesaiannya merupakan set cembung.*

[25 markah]

Question 2

(a) Richard Richguy wants to construct a building to house his collection of vintage cars. Richard wants his cars to be stored underground, so the building will have levels above and below ground. The building must have a volume of at least 25,000 cubic meters. The exposed surface area above ground must not exceed 1500 square meters. Richard would like to choose dimensions that minimise the volume excavated for the underground part of the building. Help Richard formulate a Nonlinear Program (NLP) for his problem.

(b) Determine the convexity of the following function:

$$f(u, v) = 4uv + u^2v^2, \quad u, v \geq 0.$$

(c) Solve the following NLP using the Lagrange Multipliers Method:

$$\begin{aligned} &\text{minimise } z = 8(u - 2)^2 + 2(v - 1)^2 \\ &\text{subject to} \\ &32u + 12v = 126 \\ &u, \quad v \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

(d) Consider the following Quadratic Program (QP):

$$\begin{aligned} &\text{maximise } z = 8x - x^2 + 4y - y^2 \\ &\text{subject to} \\ &x + y \leq 2 \\ &x, \quad y \geq 0. \end{aligned}$$

(i) Use Wolfe's Method to solve the QP.

(ii) Determine whether the solution obtained in (i) is optimal.

[50 marks]

Soalan 2

- (a) Richard Richguy mahu membina sebuah bangunan untuk menempatkan koleksi kereta mewahnya. Richard mahu kereta-kereta beliau disimpan dalam ruang bawah tanah, maka bangunannya memerlukan bahagian atas dan bawah tanah. Bangunannya mesti berisi padu sekurang-kurangnya 25,000 meter padu. Kawasan permukaan terdedah di atas tanah tidak boleh melebihi 1500 meter persegi. Richard ingin memilih ukuran dimensi yang meminimumkan isi padu yang digali untuk bahagian bangunan di bawah tanah. Bantu Richard merumuskan suatu model Pengaturcaraan Tak Linear (PTL) untuk masalahnya.
- (b) Tentukan kecembungan fungsi berikut:

$$f(u, v) = 4uv + u^2v^2, \quad u, v \geq 0.$$

- (c) Selesaikan model PTL berikut menggunakan Kaedah Pendarab Lagrange:

$$\begin{aligned} &\text{minimumkan } z = 8(u - 2)^2 + 2(v - 1)^2 \\ &\text{terhadap} \\ &32u + 12v = 126 \\ &u, \quad v \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

- (d) Pertimbangkan model Pengaturcaraan Kuadratik (PK) berikut:

$$\begin{aligned} &\text{maksimumkan } z = 8x - x^2 + 4y - y^2 \\ &\text{terhadap} \\ &x + y \leq 2 \\ &x, \quad y \geq 0. \end{aligned}$$

- (i) Gunakan Kaedah Wolfe untuk menyelesaikan model PK tersebut.
- (ii) Tentukan sama ada penyelesaian yang diperolehi di (a) adalah optimum.

[50 markah]

Question 3

Cam, the general manager for Zam's Groceria (Penang Island), has purchased 5 pallets of fresh dragon fruit. Cam wants to determine how to allocate the 5 pallets to 3 store locations (Kingsbay, Funway Carnival and 2nd Avenue) to maximise expected profit. Cam will not split a pallet between locations, but is willing to distribute no pallets to any location.

The following table gives the estimated expected profit (in hundreds of RM) at each location when it is allocated various number of pallets:

No. of Pallets	Store Locations		
	Kingsbay	Funway Carnival	2nd Avenue
0	0	0	0
1	6	4	5
2	11	9	9
3	15	13	14
4	19	18	17
5	22	20	21

Solve Cam's problem using Dynamic Programming.

[25 marks]

Soalan 3

Cam, Pengurus Zam's Groceria (Pulau Pinang), telah membeli 5 palet buah naga segar. Cam mahu menentukan cara untuk memperuntukkan kelima-lima palet tersebut kepada 3 lokasi (Kingsbay, Funway Carnival dan 2nd Avenue) yang memaksimumkan keuntungan yang dijangkakan. Cam tidak akan membahagi mana-mana palet antara lokasi, tetapi bersedia untuk tidak memperuntukkan palet kepada mana-mana lokasi.

Jadual berikut menunjukkan keuntungan yang dijangkakan (dalam ratusan RM) daripada setiap lokasi apabila diperuntukkan pelbagai bilangan palet:

Bilangan Palet	Lokasi		
	Kingsbay	Funway Carnival	2nd Avenue
0	0	0	0
1	6	4	5
2	11	9	9
3	15	13	14
4	19	18	17
5	22	20	21

Selesaikan masalah Cam menggunakan kaedah Pengaturcaraan Dinamik.

[25 markah]