

SULIT



First Semester Examination
2017/2018 Academic Session

January 2018

MSG455 - Game Theory
[Teori Permainan]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of **SIX (6)** pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **ENAM (6)** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

Instructions: Answer **all four (4)** questions.

[Arahan: Jawab **semua empat (4)** soalan].

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

...2/-
SULIT

Question 1

- (i) Let ω_i be a number associated with player $i = 1, 2, 3$. Suppose a coalition $S \subset \{1,2,3\}$ has value $v(S) = (\sum_{i \in S} \omega_i)^2$.
- (a) Find the Shapley values $\{x_1, x_2, x_3\}$ for the players when $\omega_1=2, \omega_2=3, \omega_3= -$
- (ii) The gloves game is a three-player game with characteristic function $v(\{1\}) = v(\{2\}) = v(\{3\}) = v(\{1,2\}) = 0, v(\{1,3\}) = v(\{2,3\}) = v(\{1,2,3\}) = 1$.
Interpretation: Players 1 and 2 have a left-handed glove and Player 3 has a right handed glove. The worth of a coalition is the number of complementary pairs of gloves it can form. Find the Shapley value for this game.

[50 Marks]

Soalan 1

- (i) Biarkan ω_i sebagai nombor untuk bilangan pemain $i = 1, 2, 3$. Sekiranya, suatu gabungan $S \subset \{1,2,3\}$ mempunyai nilai $v(S) = (\sum_{i \in S} \omega_i)^2$.
- (a) Cari nilai-nilai Shapley $\{x_1, x_2, x_3\}$ untuk setiap pemain dengan $\omega_1=2, \omega_2=3, \omega_3= -1$.
- (ii) Permainan sarung tangan adalah permainan menggunakan tiga pemain dengan fungsi ciri $v(\{1\}) = v(\{2\}) = v(\{3\}) = v(\{1,2\}) = 0, v(\{1,3\}) = v(\{2,3\}) = v(\{1,2,3\}) = 1$.
Tafsiran: Pemain 1 dan 2 mempunyai sarung tangan kiri dan Pemain 3 mempunyai sarung tangan kanan. Nilai gabungan adalah jumlah pasangan sarung tangan (kiri dan kanan) yang dapat dibentuk. Cari nilai-nilai Shapley bagi permainan ini.

[50 Markah]

Question 2

In January 2017 two automobile firms must decide simultaneously whether to produce a new electric vehicle. Firm X will obtain RM18 million if it produces the electric vehicle, as long as Firm Y does not produce his. On the other hand, if Firm Y produces his vehicle, and Firm X does not, Firm Y gains RM15 million. In both cases, the firm that does not produce the vehicle gains just RM7 million. If both of them produce the vehicle they get RM8 million each. If no one produces the vehicle, they get RM12 million each. All gains are annual.

- (a) If the decision has to be made every January 1st each of the following three years, and knowing that profits are increased by RM1 million per year, find the SPNE (Sub-Perfect Nash Equilibrium) and the payoffs in the SPNE.
- (b) Suppose now that the decision has to be made on January 1st every year indefinitely, and that profits each year are the same as the first year.
- (i) Will the firms be able to reach a cooperation agreement? Justify your answer.
- (ii) Compute the minimum discount factor for the firms to be willing to comply with the agreement.

...3/-
SULIT

- (iii) Indicate the SPNE that supports the agreement. Compute the expected payoffs in that SPNE.

[40 Marks]

Soalan 2

Pada Januari 2017, dua firma automobil mestilah memutuskan secara serentak sama ada untuk menghasilkan kenderaan elektrik baru. Firma X akan memperoleh RM18 juta sekiranya ia menghasilkan kenderaan elektrik selagi Firma Y tidak menghasilkannya. Sebaliknya, jika Firma Y menghasilkan kenderaannya, dan Firma X tidak, Firma Y akan memperoleh RM15 juta. Dalam kedua-dua kes, firma yang tidak menghasilkan kenderaan elektrik baru, hanya memperoleh sebanyak keuntungan RM 7 juta ringgit. Jika kedua-dua firma menghasilkan kenderaan, mereka mendapat 8 juta masing-masing. Jika tiada siapa yang menghasilkan kenderaan itu, mereka akan mendapat RM 12 juta masing-masing. Semua keuntungan adalah untuk setiap setahun.

- (a) *Sekiranya keputusan perlu dibuat setiap 1 Januari untuk tiga tahun seterusnya, dan diketahui bahawa keuntungan meningkat sebanyak RM 1 juta setiap tahun, cari SPNE (keseimbangan sub-kesempurnaan Nash) dan janaan keuntungan di SPNE.*
- (b) *Andaikan keputusan itu perlu dibuat pada 1 Januari setiap tahun untuk selamanya, serta keuntungan pada setiap tahun adalah sama dengan keuntungan pada tahun pertama.*
- (i) *Adakah firma dapat mencapai perjanjian kerjasama? Berikan Justifikasi.*
- (ii) *Kirakan faktor diskaun minima bagi firma untuk bersedia mematuhi perjanjian.*
- (iii) *Tunjukkan SPNE yang menyokong perjanjian tersebut. Hitung ganjaran yang dijangkakan dalam SPNE itu.*

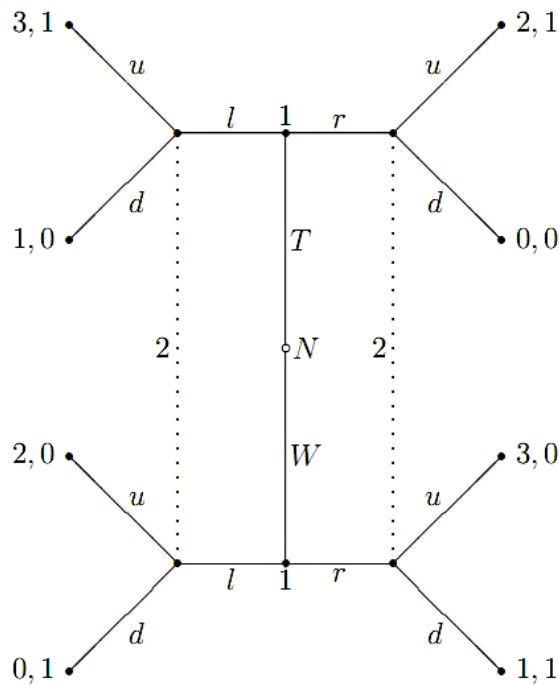
[40 Markah]

Question 3

Two players, A and B play the following game. First A must choose IN or OUT. If A chooses OUT the game ends, and the payoff are A gets 2, and B gets 0. If A chooses IN then B observes this and must then choose in or out. If B chooses OUT the game ends, and the payoff is B gets 2, and A gets 0. If A chooses IN and B chooses IN then they play the following simultaneous move game:

		B	
		left (<i>l</i>)	right (<i>r</i>)
A	up (<i>u</i>)	3; 1	0; 2
	down (<i>d</i>)	1; 2	1; 3

- (a) Draw the tree diagram that represents this game?
- (b) Find all of the pure-strategy SPE (sub-perfect equilibrium) of the game.
- (c) Consider the following signaling game. Nature (N) chooses the type of player 1 to be Tough (T) with probability 0.8, or Weak (W) with probability 0.2. Player 1 observes his type and chooses l or r . Player 2 observes only the action choice of player 1 but not the type, and chooses u or d . The choices that the player make, and the payoffs are common knowledge. Find the set of perfect Bayesian equilibrium of this game.



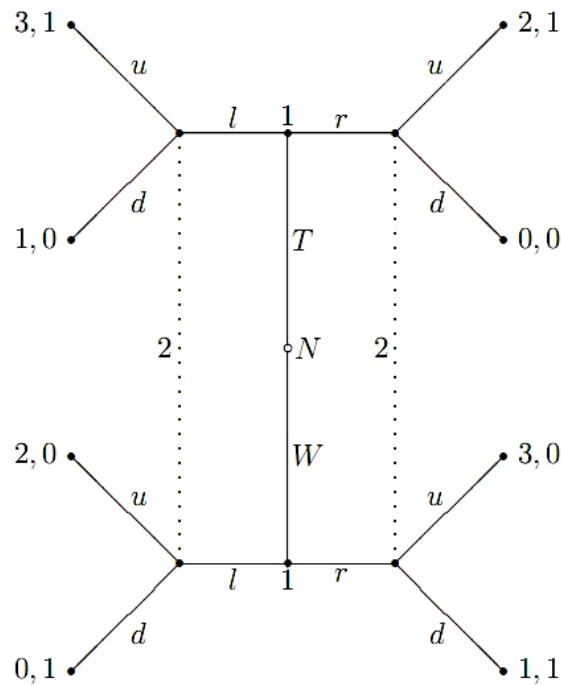
[60 Marks]

Soalan 3

Dua pemain, A dan B menyertai dalam permainan berikut. Pertama, A mesti memilih DALAM atau LUAR. Jika A memilih LUAR permainan berakhir, dan hasilnya A mendapat 2, dan B mendapat 0. Jika A memilih DALAM, B akan memerhatikan tindakan tersebut dan kemudian mesti memilih DALAM atau LUAR. Jika B memilih LUAR permainan berakhir, dan hasilnya B mendapat 2, dan A mendapat 0. Jika A memilih DALAM dan B memilih DALAM maka mereka bermain dan bergerak secara serentak seperti berikut:

		B	
		kiri (l)	kanan (r)
A	atas (u)	3; 1	0; 2
	bawah (d)	1; 2	1; 3

- (a) Lakarkan gambarajah pokok yang mewakili permainan ini?
- (b) Cari semua strategi tulen SPE (keseimbangan sub-sempurna) permainan.
- (c) Pertimbangkan permainan isyarat berikut. Alam (N) memilih jenis bagi pemain 1 iaitu sukar (T) dengan kebarangkalian 0.8, atau lemah (W) dengan kebarangkalian 0.2. Pemain 1 memerhatikan jenisnya dan memilih l atau r . Pemain 2 hanya memerhatikan pilihan tindakan pemain 1 tetapi bukan jenis permainan, dan memilih u atau d . Semua tindakan dan ganjaran ini adalah pengetahuan am. Cari set kesamaan Bayesian yang sempurna dalam permainan ini.



[60 Markah]

Question 4

Four buyers compete in an ascending auction. Each buyer I_i ($i= 1,2,3,4$) only observes her private signal s_i . The signals are drawn independently from a uniform distribution on $[0,1]$ and the value of the object is the mean of all signals.

- (a) State the definition of an ascending auction. What is the maximum amount that a buyer can safely bid as long as nobody has dropped yet? Show that the buyer with the lowest signal will drop at this amount in equilibrium.
- (b) How will the other three bidders update their beliefs about the value of the object after the first bidder has dropped? What is the current maximum amount that any of them can safely bid? Show that the buyer with second lowest signal will drop at this amount.
- (c) Given that the signal values are $s_1=0.6$, $s_2=0.8$, $s_3=0.4$, $s_4=0.2$, determine the following:

...6/-
SULIT

- (i) Which bidder will drop and at which price?
- (ii) What will be the seller's revenue?
- (d) What bids would the buyers with these signals submit in a second-price sealed-bid auction? What would be the seller's revenue?

[50 Marks]

Soalan 4

Empat pembeli bersaing dalam lelongan menaik. Setiap pembeli I_i ($i = 1,2,3,4$) hanya mengetahui isyarat s_i beliau sahaja. Isyarat diambil secara bebas dari pengagihan secara seragam pada selang $[0,1]$ dan nilai objek adalah min bagi semua isyarat.

- (a) *Nyatakan takrifan lelongan menaik. Apakah jumlah maksimum yang boleh dibida secara selamat oleh pembeli selagi belum ada pembida yang telah keluar? Tunjukkan bahawa pembeli dengan isyarat terendah dalam keseimbangan sebenarnya akan keluar pada jumlah ini*
- (b) *Bagaimanakah tiga pembida lain mengemas kini kepercayaan mereka tentang nilai objek selepas pembida pertama telah keluar? Apakah jumlah maksimum kini yang boleh dibida dengan selamat di antara tiga pembida tersebut? Tunjukkan bahawa pembeli dengan isyarat kedua terendah akan keluar pada jumlah ini.*
- (c) *Diberi nilai isyarat adalah $s_1=0.6$, $s_2=0.8$, $s_3=0.4$, $s_4=0$.. Carikan*
 - (i) *Pembida manakah yang akan keluar serta nilai harga bidaan?*
 - (ii) *Apakan keuntungan penjual?*
- (d) *Apakah tawaran yang akan dibida oleh pembeli dengan dalam lelongan tawaran harga tertutup kedua? Berapakah keuntungan penjual?*

[50 Markah]

-ooo00ooo-