

SULIT



First Semester Examination
2017/2018 Academic Session

January 2018

MSG 370 - Mathematics of Finance
[Matematik Kewangan]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of **TEN (10)** pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **SEPULUH (10)** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

Instructions: Answer **all seven (7)** questions.

[Arahan: Jawab **semua tujuh (7)** soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

...2/-
SULIT

Question 1

Let i be an effective interest rate. Also, let $i^{(m)}$ and $d^{(m)}$ be a nominal interest rate and discount rate convertible m -thly.

(a) Show that

$$\frac{1}{d^{(m)}} - \frac{1}{m} = \frac{1}{i^{(m)}}$$

[4 marks]

(b) Let $i^{(2)} = 5\%$. Find,

(i) the accumulated value of RM 1,000 deposited now, at the end of one year, using the nominal discount rate convertible semi annually, $d^{(2)}$.

(ii) $\frac{i^{(6)}}{d^{(12)}}$.

(iii) $\frac{a_{\overline{2}|i}^{(6)}}{a_{\overline{1}|i}^{(6)}}$.

[11 marks]

Soalan 1

Biarkan i sebagai suatu kadar faedah efektif. Juga, biarkan, $i^{(m)}$ dan $d^{(m)}$ sebagai kadar faedah dan kadar diskaun nominal boleh ubah m kali.

(a) *Tunjukkan bahawa*

$$\frac{1}{d^{(m)}} - \frac{1}{m} = \frac{1}{i^{(m)}}$$

[4 markah]

(b) *Biarkan $i^{(2)} = 5\%$. Cari,*

(i) *nilai tertumpuk bagi RM 1,000 yang didepositkan sekarang, pada penghujung satu tahun, menggunakan kadar diskaun nominal boleh ubah setengah tahun, $d^{(2)}$.*

(ii) $\frac{i^{(6)}}{d^{(12)}}$.

(iii) $\frac{a_{\overline{2}|i}^{(6)}}{a_{\overline{1}|i}^{(6)}}$.

[11 markah]

Question 2

A financing of amount L is to be repaid by 10 annual payment beginning 6 months from the date of the financing. The first payment is to be half as large as the others. For the first $4\frac{1}{2}$ years, the interest is i effective, whereas the remainder is j effective.

- (a) Find the expression for the first payment, and simplify it in terms of v_i , $a_{\overline{n}|i}$ and $\ddot{a}_{\overline{n}|i}$.

[5 marks]

- (b) If the financing value is RM 50,000, and given $i = 0.05$ and $j = 0.07$,

- (i) Find the values of the first and other subsequent payments.
(ii) Find the total profit (interest charged) earned by the bank for this financing scheme.

[7 marks]

- (c) If the first payment of RM Q is made at the end of first year, and the payment increases with RM Q subsequently until 10 years, given the effective rate of interest 6%, find

- (i) the first payment, Q
(ii) the new profit of the bank.

[5 marks]

Soalan 2

Suatu pembiayaan bernilai L dibuat pembayaran sebanyak 10 bayaran tahunan bermula 6 bulan dari tarikh pembiayaan. Pembayaran pertama adalah separuh daripada yang selainnya. Bagi $4\frac{1}{2}$ tahun pertama, kadar faedah efektif adalah i , manakala selebihnya adalah kadar faedah efektif j .

- (a) *Cari pernyataan bagi pembayaran pertama, dan permudahkannya dalam bentuk v_i , $a_{\overline{n}|i}$ dan $\ddot{a}_{\overline{n}|i}$.*

[5 markah]

- (b) *Jika nilai pembiayaan ialah RM 50,000, dan juga diberi $i = 0.05$ dan $j = 0.07$,*

- (i) *Cari nilai-nilai pembayaran pertama dan seterusnya.*
(ii) *Cari jumlah keuntungan (amaun faedah dikenakan) yang diperolehi daripada bank bagi skim pembiayaan ini.*

[7 markah]

- (c) *Jika pembayaran pertama, RM Q dibuat pada hujung tahun pertama, dan pembayaran meningkat secara berturutan sebanyak RM Q sehingga 10 tahun, dengan kadar faedah efektif 6%, cari*
- (i) *pembayaran pertama, RM Q.*
- (ii) *keuntungan baru bank tersebut.*

[5 markah]

Question 3

A housing financing of RM 300,000 is to be paid monthly for 30 years, at a profit rate of 6% convertible monthly. Find,

- (a) the effective interest rate i , and $a_{\overline{30}|i}^{(12)}$. [5 marks]
- (b) the monthly installment of housing financing above. [2 marks]
- (c) the total principal payments for the fifth year. [3 marks]
- (d) the financing balance at 60th month. [3 marks]
- (e) the total profit obtained by this financing scheme. [2 marks]

Soalan 3

Suatu pembiayaan rumah bernilai RM 300,000 dibayar secara bulanan selama 30 tahun, pada kadar keuntungan 6% boleh ubah secara bulanan. Cari,

- (a) *kadar faedah efektif i dan $a_{\overline{30}|i}^{(12)}$.* [5 markah]
- (b) *pembayaran bulanan pembiayaan perumahan di atas.* [2 markah]

- (c) *jumlah bayaran balik pokok bagi tahun kelima.*
[3 markah]
- (d) *baki hutang pada bulan ke-60.*
[3 markah]
- (e) *jumlah keuntungan yang diperolehi daripada skim pembiayaan tersebut.*
[2 markah]

Question 4

A loan of RM L , paid annually, is made for a term of n years at an effective interest rate of i . The lender wants only annual year-end interest payments made until the end of n years. In order to pay the loan of RM L at the end of n years, the borrower will make level annual year-end payments into a sinking fund earning j interest rate.

- (a) Show that the annual payment made is $iL + \frac{L}{s_{\overline{n}|j}}$.
[4 marks]
- (b) Also show that, if $j = i$, then the annual payment made as in (a) is $\frac{L}{a_{\overline{n}|i}}$ or $\frac{L}{a_{\overline{n}|j}}$.
[3 marks]
- (c) Determine the level sinking fund deposit and the balance in the sinking fund at k -th payment.
[2 marks]
- (d) Determine the total principal repayment for the k^{th} payment.
[3 marks]
- (e) For $L = RM 50,000$, $i = 5\%$, $j = 4.5\%$ and $n = 10$, find,
(i) the annual payment under this scheme.
(ii) total principal repayment for the 5^{th} payment.
[4 marks]

SOALAN 4

Sejumlah RM L hutang yang dibayar secara tahunan, dibuat bagi tempoh n tahun pada kadar faedah efektif i . Pemberi hutang mahukan pembayaran faedah hujung tahunan sahaja dibuat sehingga penghujung n tahun. Untuk membayar hutang RM L pada penghujung n tahun, penghutang akan membuat pembayaran hujung tahunan dalam suatu dana terikat yang mempunyai kadar faedah j .

(a) Tunjukkan bahawa jumlah bayaran tahunan adalah $iL + \frac{L}{s_{\overline{n}|j}}$.

[4 markah]

(b) Juga, tunjukkan, jika $j = i$, maka pembayaran tahunan yang dibuat dalam (a) adalah $\frac{L}{a_{\overline{n}|i}}$ atau $\frac{L}{a_{\overline{n}|j}}$.

[3 markah]

(c) Tentukan deposit dana terikat dan bakinya pada bayaran ke- k .

[2 markah]

(d) Tentukan jumlah bayaran balik pokok bagi bayaran ke- k .

[3 markah]

(e) Bagi $L = \text{RM } 50,000$, $i = 5\%$, $j = 4.5\%$ dan $n = 10$, cari,

(i) bayaran tahunan di bawah skim ini.

(ii) bayaran balik pokok bagi bayaran ke-5.

[4 markah]

Question 5

Aminah can buy one of two options:-

Option 1: a zero coupon bond that will pay RM 1,000 at the end of 12 years

Option 2: a 6% bond with coupons payable semi-annually that will pay RM 1,000 at the end of 10 years.

Under option 1, the bond is currently sold at RM 556.84.

(a) For option 1, find the effective yield rate for the zero coupon bond if she wishes to purchase it.

[3 marks]

- (b) For option 2, the price of the bond using the same annual effective yield rate as in the option 1 is X .
- (i) Find the nominal yield rate convertible semi annually for option 2.
- (ii) Calculate X .
- [6 marks]
- (c) If the bond under Option 2 is sold at RM 970, choose which of the options above is better. State the reason.
- [2 marks]

Soalan 5

Aminah boleh membeli salah satu daripada dua opsyen:-

Opsyen 1: Bon kupon sifar yang membayar RM 1,000 pada hujung 12 tahun

Opsyen 2: Bon dengan 6% kupon dibayar setiap pertengahan tahun serta bayaran RM 1,000 pada hujung 10 tahun.

Di bawah opsyen 1, bon tersebut dijual pada harga RM 556.84.

- (a) *Bagi opsyen 1, cari kadar hasil efektif bagi bon kupon sifar, sekiranya dia ingin membelinya.*
- [3 markah]
- (b) *Bagi opsyen 2, harga bon tersebut dengan menggunakan kadar hasil efektif yang sama dengan opsyen 1 adalah X .*
- (i) *Cari kadar hasil nominal boleh ubah setengah tahun bagi opsyen 2.*
- (ii) *Kira X .*
- [6 markah]
- (c) *Jika bon di bawah Opsyen 2 dijual pada harga RM 970, pilih bond yang mana di atas adalah lebih bagus. Nyatakan sebab.*
- [2 markah]

Question 6

An investor is proposed to invest RM 45,000 and is promised in return of annual payment series of RM 4,000 paid at the end of each year for the first 10 years, and another annual payment series of RM 5,000 paid at the end of each year for the next 10 years.

- (a) Using the effective interest rate of i , construct the present value of the series of payments above.

[2 marks]

- (b) For $i = 6\%, 7\%, 8\%$, find the respective present values of the above series of payments.

[6 marks]

- (c) If the present value proposed is the invested amount of RM 45,000, find his internal rate of return, IRR.

[4 marks]

Soalan 6

Seorang pelabur ditawarkan untuk melabur RM 45,000 dan dijanjikan sebagai pulangan, suatu siri pembayaran RM 4,000 dibayar setiap penghujung tahun bagi 10 tahun pertama, dan satu lagi siri bayaran tahunan RM 5,000 dibayar setiap penghujung tahun bagi 10 tahun berikutnya.

- (a) *Dengan menggunakan kadar faedah efektif i , bina nilai awal bagi siri pembayar di atas.*

[2 markah]

- (b) *Bagi $i = 6\%, 7\%, 8\%$, cari nilai awal masing-masing bagi siri pembayaran di atas.*

[6 markah]

- (c) *Jika nilai awal itu adalah nilai pelaburan RM 45,000, cari kadar pulangannya, IRR.*

[4 markah]

Question 7

You are given the following information about an investment account:

Date	Value Immediately Before Deposit/Withdraw, RM	Deposit / withdraw, RM
January 1	1500	
July 1	1800	X
December 31	$3X$	

- (a) If the time-weighted return is 2%, find X .

[4 marks]

- (b) Find the dollar-weighted return.

[10 marks]

Soalan 7

Anda diberi maklumat-maklumat bagi suatu akaun pelaburan seperti berikut:

<i>Tarikh</i>	<i>Nilai Sebelum Deposit/Pengeluaran, RM</i>	<i>Deposit / Pengeluaran, RM</i>
<i>Januari 1</i>	<i>1500</i>	
<i>Julai 1</i>	<i>1800</i>	<i>X</i>
<i>Disember 31</i>	<i>3X</i>	

- (a) *Jika kadar pulangan berpemberat-masa adalah 2%, cari X.*

[4 markah]

- (b) *Cari kadar pulangan berpemberat-wang.*

[10 markah]

Appendix

<i>i</i>	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
v_i^5	0.8219	0.7835	0.7473	0.7130	0.6806	0.6499	0.6209
v_i^{10}	0.6756	0.6139	0.5584	0.5083	0.4632	0.4224	0.3855
v_i^{15}	0.5553	0.4810	0.4173	0.3624	0.3152	0.2745	0.2394
v_i^{20}	0.4564	0.3769	0.3118	0.2584	0.2145	0.1784	0.1486
v_i^{25}	0.3751	0.2953	0.2330	0.1842	0.1460	0.1160	0.0923
v_i^{30}	0.3083	0.2314	0.1741	0.1314	0.0994	0.0754	0.0573
$a_{\overline{5} i}$	4.4518	4.3295	4.2124	4.1002	3.9927	3.8897	3.7908
$a_{\overline{10} i}$	8.1109	7.7217	7.3601	7.0236	6.7101	6.4177	6.1446
$a_{\overline{15} i}$	11.1184	10.3797	9.7122	9.1079	8.5595	8.0607	7.6061
$a_{\overline{20} i}$	13.5903	12.4622	11.4699	10.5940	9.8181	9.1285	8.5136
$a_{\overline{25} i}$	15.6221	14.0939	12.7834	11.6536	10.6748	9.8226	9.0770
$a_{\overline{30} i}$	17.2920	15.3725	13.7648	12.4090	11.2578	10.2737	9.4269

-ooo00ooo-