

SULIT



First Semester Examination
2017/2018 Academic Session

January 2018

MAA111 - Algebra for Science Students
[Aljabar untuk Pelajar Sains]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of **THIRTEEN** (13) pages of printed materials before you begin the examination.

...2/-
SULIT

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA BELAS (13)** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

Instructions: Answer **all ten (10)** questions.

[Arahan: Jawab **semua sepuluh (10)** soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

Question 1

Find values of a, b and c such that the system of linear equations has

$$x + 5y + z = 0$$

$$x + 6y - z = 0$$

$$2x + ay + bz = c$$

- (i) exactly one solution,
- (ii) an infinite number of solutions,
- (iii) no solution.

[12 marks]

Soalan 1

Dapatkan nilai-nilai a, b dan c supaya sistem persamaan linear ini mempunyai

$$x + 5y + z = 0$$

$$x + 6y - z = 0$$

$$2x + ay + bz = c$$

- (i) hanya satu penyelesaian sahaja,
- (ii) bilangan penyelesaian yang tidak terhingga,
- (iii) tiada penyelesaian.

[12 markah]

Question 2

Determine whether the statement is true or false, and justify your answer.

- (i) If A and B are square matrices of the same size and A is invertible, then $\det(A^{-1}BA) = \det(B)$.
- (ii) A is an invertible matrix if and only if the linear system $Ax=0$ has non trivial solution.
- (iii) If a set of vectors contains the zero vector, then it is linearly independent.
- (iv) If A is diagonalizable and invertible, then A^{-1} is diagonalizable.

[8 marks]

Soalan 2

Tentukan samada pernyataan ini benar atau salah, dan justifikasi jawapan anda.

- (i) Jika A dan B adalah matriks segiempat sama dan mempunyai saiz yang sama serta A adalah tersongsangkan, maka penentu($A^{-1}BA$) = penentu(B).*
- (ii) Matriks A adalah tersongsangkan jika dan hanya jika sistem linear $Ax=0$ mempunyai penyelesaian tak remeh*
- (iii) Jika suatu set vektor mempunyai vektor sifar, maka ianya tak bersandar linear.*
- (iv) Jika A adalah terpepenjurukan dan tersongsangkan, maka A^{-1} juga terpepenjurukan.*

[8 markah]

Question 3

For any vector $\bar{v}=(v_1,v_2)$ in \mathbb{R}^2 , let $T:\mathbb{R}^2\rightarrow\mathbb{R}^2$ be defined by $T(v_1,v_2)=(v_1-v_2,v_1+2v_2)$.

(i) Find the image of $\bar{v}=(-5,2)$.

(ii) Show that the transformation is linear.

[10 marks]

Soalan 3

Bagi setiap vektor $\bar{v}=(v_1,v_2)$ dalam \mathbb{R}^2 , andaikan $T:\mathbb{R}^2\rightarrow\mathbb{R}^2$ ditakrifkan sebagai $T(v_1,v_2)=(v_1-v_2,v_1+2v_2)$.

(i) Cari imej $\bar{v}=(-5,2)$.

(ii) Tunjukkan bahawa transformasi tersebut adalah linear.

[10 markah]

Question 4

Explain geometric description of the linear transformation defined by the matrix product

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

[10 marks]

Soalan 4

Terangkan secara geometri, transformasi linear yang didefinisikan oleh matrik pendaraban berikut

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

[10 markah]

Question 5

Solve the matrix equations for x (assuming that the matrices involved are square and all the indicated operations are defined, all the matrices are invertible)

(i) $A^{-1}(BX)^{-1} = (A^{-1}B^3)^2$

(ii) $ABXA^{-1}B^{-1} = I + A$

[10 marks]

Soalan 5

Selesaikan persamaan matriks bagi X (andaikan kesemua operasi matriks terlibat adalah segiempat sama dan terdefiniskan, dan semua matriks adalah tersongsangkan):

(i) $A^{-1}(BX)^{-1} = (A^{-1}B^3)^2$

(ii) $ABXA^{-1}B^{-1} = I + A$

[10 markah]

Question 6

Factor the matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ into a product elementary

matrices and get the inverse of the matrix as a product of elementary matrices.

[10 marks]

Soalan 6

Faktorkan matriks $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ kepada suatu hasil

darab matriks-matriks baris permulaan dan dapatkan songsangan bagi matriks tersebut sebagai hasil darab matriks baris permulaan .

[10 markah]

Question 7

Show that $\vec{V}=(a,b)$ and $\vec{W}=(-b,a)$ are orthogonal vectors. Hence, find two unit vectors that are orthogonal to $(-3,4)$.

[10 marks]

Soalan 7

Tunjukkan bahawa vektor $\bar{V} = (a, b)$ dan $\bar{W} = (-b, a)$ adalah berortogon. Seterusnya dapatkan dua vektor unit yang beortogon dengan $(-3, 4)$.

[10 markah]

Question 8

(i) Determine whether $W = \left\{ \left(x_1, x_1 + x_3, x_3 \right) : x_1, x_3 \in \mathbb{R} \right\}$ is a subspace of \mathbb{R}^3 .

(ii) Let A be an $m \times n$ matrix (where $m < n$), whose rank is r ; what is the largest value r can be? How many vectors are there in a basis for the row space of matrix A ?

[10 marks]

Soalan 8

(i) Tentukan samada $W = \left\{ \left(x_1, x_1 + x_3, x_3 \right) : x_1, x_3 \in \mathbb{R} \right\}$ adalah subruang \mathbb{R}^3 .

(ii) *Biar A adalah suatu matriks $m \times n$ (dimana $m < n$), yang mana pangkatnya adalah r ; apakah nilai terbesar yang boleh dicapai oleh r ? Berapakah bilangan vektor yang terdapat dalam asas bagi ruang baris matriks A ?*

[10 markah]

Question 9

Given $A = \begin{pmatrix} -3 & 5/2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

(i) Diagonalize A .

(ii) Find A^{20} .

[10 marks]

Soalan 9

Diberikan $A = \begin{pmatrix} -3 & 5/2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

(i) *Pepenjurukan A .*

(ii) *Dapatkan A^{20} .*

[10 markah]

Question 10

Find an orthonormal basis for the solution space of the homogeneous system of linear equations

$$x_1 + x_2 + 7x_4 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 0$$

[10 marks]

Soalan 10

Dapatkan asas orthonormal bagi ruang penyelesaian sistem persamaan homogeneous

$$x_1 + x_2 + 7x_4 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 0$$

[10 markah]

- ooo00ooo -