
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2007/2008

Jun 2008

MSS 318 – Discrete Mathematics
[Matematik Diskret]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of THREE pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer all four [4] questions.

Arahan: Jawab semua empat [4] soalan.]

1. (a) How many ways are there to choose six items from ten distinct items when the items in the choices
- (i) are ordered and repetition is not allowed
 - (ii) are ordered and repetition is allowed
 - (iii) are unordered and repetition is not allowed
 - (iv) are unordered and repetition is allowed ?
- (b) A test contains 100 true/false questions. In how many ways can a student answer the questions on the test if answer may be left blank?
- (c) Prove that if 101 integers are selected from $S = \{ 1, 2, \dots, 200 \}$, then there are two integers such that one divides the other.

[25 marks]

2. (a) Determine the number of solutions to the equation $x_1 + x_2 + x_3 = 17$ where x_1, x_2, x_3 are non-negative integers with
- (i) $x_1 > 1, x_2 > 2, x_3 > 3$
 - (ii) $x_1 < 6, x_3 > 5$.
- (b) Find the number of arrangements of the letters in the word TALLAHASSEE. How many of these arrangements have no adjacent A's?
- (c) Find the number of positive integers $n, (1 \leq n \leq 100)$ which is not divisible by 2, 3 or 5.

[25 marks]

3. (a) Solve the following recurrence relation $a_n = 3a_{n-1} + 2^n$, together with the initial condition $a_1 = 3$.
- (b) The Fibonacci numbers $F(n)$ satisfy the recurrence relation $F(n+2) = F(n+1) + F(n), F(0) = 0, F(1) = 1$. Solve this recurrence relation.
- (c) By using generating functions, solve the recurrence relation $a_k = 3a_{k-1} + 4^{k-1}$ with the initial condition $a_0 = 1$.

[25 marks]

4. (a) Let G be a graph with n vertices and e edges. Show that G is a tree if and only if it is connected and $e = n - 1$.
- (b) A connected planar graph has 10 vertices, with one vertex of degree 5, one vertex of degree 4, four vertices of degree 3 each, three vertices of degree 2 each and one vertex of degree 1. Find the number of bounded regions into which the plane is divided by a planar representation of this graph.
- (c) A simple graph G is called self-complementary if G and its complement are isomorphic. Show that a path of length three is self-complementary.

[25 marks]

1. (a) Berapakah cara untuk memilih enam item dari sepuluh item berlainan jika item dalam pilihan
- adalah bertertib and ulangan tidak dibenarkan
 - adalah bertertib dan ulangan dibenarkan
 - adalah tak bertertib dan ulangan tidak dibenarkan
 - adalah tak bertertib dan ulangan dibenarkan?
- (b) Satu ujian mengandungi 100 soalan berbentuk benar/salah. Berapakah cara seorang pelajar dapat menjawab soalan ujian tersebut jika sesuatu jawapan boleh ditinggalkan?
- (c) Buktikan bahawa jika 101 integer dipilih dari set $S = \{1, 2, \dots, 200\}$, maka terdapat dua integer yang mana satu membahagi yang kedua. [25 markah]
2. (a) Tentukan bilangan penyelesaian untuk persamaan $x_1 + x_2 + x_3 = 17$ jika x_1, x_2, x_3 ialah integer tak negatif dengan
- $x_1 > 1, x_2 > 2, x_3 > 3$
 - $x_1 < 6, x_3 > 5$.
- (b) Cari bilangan aturan abjad dalam perkataan TALLAHASSEE. Berapakah aturan tersebut yang tidak mempunyai huruf A yang berdampingan?
- (c) Cari bilangan integer positif n ($1 \leq n \leq 100$) yang tak terbahagikan dengan 2, 3 atau 5. [25 markah]
3. (a) Selesaikan hubungan jadi semula $a_n = 3a_{n-1} + 2^n$, dengan syarat awal $a_1 = 3$.
- (b) Nombor Fibonnaci $F(n)$ memenuhi hubungan jadi semula $F(n+2) = F(n+1) + F(n)$, $F(0) = 0$, $F(1) = 1$. Selesaikan hubungan jadi semula ini.
- (c) Dengan menggunakan fungsi penjana, selesaikan hubungan jadi semula $a_k = 3a_{k-1} + 4^{k-1}$ dengan syarat awal $a_0 = 1$ [25 markah]
4. (a) Andaikan G suatu graf dengan n bucu dan e sisi. Tunjukkan bahawa G ialah pokok jika dan hanya jika G terkait dan $e = n - 1$.
- (b) Suatu graf satah terkait mempunyai 10 bucu, dengan satu bucu berdarjah 5, satu bucu berdarjah 4, empat bucu setiapnya berdarjah 3, tiga bucu setiapnya berdarjah 2 dan satu bucu berdarjah 1. Cari bilangan rantau terbatas agar satah terbahagi oleh perwakilan satah graf tersebut.
- (c) Graf ringkas G dikatakan swapelengkap jika G dan pelengkapnya adalah isomorfik. Tunjukkan bahawa setiap lintasan dengan panjang tiga adalah swapelengkap. [25 markah]