
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2007/2008

Jun 2008

MAA 101 – Calculus For Science Students I
[Kalkulus Untuk Pelajar Sains I]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of FIVE pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions : Answer **all nine** [9] questions.

Arahan : Jawab **semua sembilan** [9] soalan.]

1. Evaluate the limit. The l'Hospital Rule can be applied whenever it is applicable.

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x + (x-1)^2}{2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)^2 - (3x+1)}{x}$

[10 marks]

2. (a) Show that the function $f(x) = x^{1/3}$ is continuous at $x = 0$.

(b) By using the definition of derivative, show that $f(x) = x^{1/3}$ is not differentiable at $x = 0$.

[12 marks]

3. Differentiate the function.

(a) $f(x) = \left(\frac{x^2 + 3}{12x} \right) \left(\frac{x^4 - 1}{x^3} \right)$

(b) $f(x) = 3 \sec^2 x - \ln(x^2) + 5\pi^e$

(c) $f(x) = \int_{x^2}^x \frac{2t}{\sqrt{1+t^2}} dt$

[23 marks]

4. A curve has equation $y = f(x)$.

(a) Write an expression for the slope m_{secant} of the secant line that passes through the points $P(2, f(2))$ and $Q(x, f(x))$.

(b) Write an expression for the slope m of the tangent line at P .

(c) Find an equation of the tangent at P when $f(x) = x^2 + x - 6$.

[16 marks]

5. (a) Write the statement of the Intermediate Value Theorem.

(b) Show that there is a root of $\cos x = x$ in the interval $(0, 1)$.

[16 marks]

6. (a) Find the linearization $L(x)$ of the function $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2+x}}$ at $x = 2$.

(b) Use part (a) to estimate the value of $\frac{1}{\sqrt{4.01}}$.

[14 marks]

...3/-

1. Nilakan had berikut. Petua l'Hospital boleh digunakan jika perlu.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x + (x-1)^2}{2}$
 (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$
 (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)^2 - (3x+1)}{x}$

[10 markah]

2. (a) Tunjukkan bahawa fungsi $f(x) = x^{1/3}$ selanjur pada $x = 0$.
 (b) Dengan menggunakan takrif terbitan, tunjukkan bahawa $f(x) = x^{1/3}$ tak terbezakan pada $x = 0$.

[12 markah]

3. Bezakan fungsi berikut.

- (a) $f(x) = \left(\frac{x^2 + 3}{12x} \right) \left(\frac{x^4 - 1}{x^3} \right)$
 (b) $f(x) = 3 \sec^2 x - \ln(x^2) + 5\pi^e$
 (c) $f(x) = \int_{x^2}^x \frac{2t}{\sqrt{1+t^2}} dt$

[23 markah]

4. Suatu lengkung mempunyai persamaan $y = f(x)$.

- (a) Tuliskan satu ungkapan untuk kecerunan m_{secant} garis sekan yang melalui titik-titik $P(2, f(2))$ dan $Q(x, f(x))$.
 (b) Tuliskan satu ungkapan untuk kecerunan m garis tangen pada P .
 (c) Cari persamaan untuk garis tangen pada P jika $f(x) = x^2 + x - 6$.

[16 markah]

5. (a) Tulis pernyataan untuk Teorem Nilai Pertengahan.
 (b) Tunjukkan bahawa terdapat satu punca untuk $\cos x = x$ pada selang $(0, 1)$.

[16 markah]

6. (a) Cari pelinearan $L(x)$ untuk fungsi $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2+x}}$ pada $x = 2$.
 (b) Gunakan bahagian (a) untuk menganggar nilai $\frac{1}{\sqrt{4.01}}$.

[14 markah]

7. By using a suitable substitution, evaluate the indefinite integral.

(a) $\int x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx$

(b) $\int \frac{\sin^2 x}{\sec x} dx.$

[24 marks]

8. (a) Sketch the graph of the curve $x = 2y^2$. (*No calculus technique is needed!*)
(b) Find the area of the region under the curve $x = 2y^2$ from $x = 0$ to $x = 2$ and above the x -axis.
(c) Set up, but do not evaluate, an integral for the volume of the solid obtained by rotating the region in (a) about the x -axis using
(i) the disk/washer method
(ii) the cylindrical shell method

[25 marks]

9. *True or False.*

- (a) Any continuous function on a closed interval $[a, b]$ has an antiderivative.
(b) If f has a limit at a , then f is continuous at a .
(c) If $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ exists, then f is differentiable at a .
(d) If f has an inflection point at c , then $f''(c) = 0$.
(e) If the product fg is continuous at a , then both f and g are continuous at a .

[10 marks]

7. Dengan menggunakan gantian yang sesuai, nilaikan kamiran tak terhingga berikut.

(a) $\int x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx$

(b) $\int \frac{\sin^2 x}{\sec x} dx.$

[24 markah]

8. (a) Lakarkan graf untuk lengkung $x = 2y^2$. (*Teknik kalkulus tidak diperlukan!*)
- (b) Cari luas rantau di bawah lengkung $x = 2y^2$ dari $x = 0$ ke $x = 2$ dan terletak di atas paksi- x .
- (c) Bentukkan, tanpa menilai, satu kamiran untuk isipadu bongkah yang diperoleh dengan memutar sekitar paksi- x rantau di (a) melalui
- (i) kaedah cakera/*washer*
- (ii) kaedah kerangka silinder

[25 markah]

9. *Benar* atau *Salah*.

- (a) Fungsi selanjar pada selang tertutup $[a, b]$ mempunyai antiterbitan.
- (b) Jika f mempunyai had pada a , maka f selanjar pada a .
- (c) Jika $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ wujud, maka f terbezakan pada a .
- (d) Jika f mempunyai satu titik lengkok balas pada c , maka $f''(c) = 0$.
- (e) Jika hasil darab fg selanjar pada a , maka f dan g masing-masing juga selanjar pada a .

[10 markah]