

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

KSCP Examination  
Academic Session 2007/2008

June 2008

**ZCT 218/3 – Mathematical Methods**  
***[Kaedah Matematik]***

Duration: 3 hours  
*[Masa : 3 jam]*

---

Please ensure that this examination paper contains **FIVE** printed pages before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

**Instruction:** Answer **ALL FIVE (5)** questions. Students are allowed to answer all questions in Bahasa Malaysia or in English.

**Arahan:** Jawab **SEMUA LIMA (5)** yang diberikan. Pelajar dibenarkan menjawab semua soalan sama ada dalam Bahasa Malaysia atau Bahasa Inggeris.]

.../2-

1. Consider the following function:  
[Pertimbangkan fungsi berikut:]

$$f(x) = \begin{cases} x; & 0 \leq x < 1 \\ 1; & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

- (a) Sketch  $f(x)$  over the defined interval. Label your axes.  
[Lakarkan fungsi  $f(x)$  pada selang yang diberi. Labelkan paksi-paksi anda.]
- (b) Sketch the **odd extension** of  $f(x)$  over  $(-2,2)$ . Label your axes.  
[Lakarkan "odd extension" bagi  $f(x)$  pada selang  $(-2,2)$ . Labelkan paksi-paksi anda.]
- (c) Sketch the **odd periodic extension** of  $f(x)$  over  $(-6,6)$ . Label your axes.  
[Lakarkan "odd periodic extension" bagi  $f(x)$  pada selang  $(-6,6)$ . Labelkan paksi-paksi anda.]
- (d) Determine the **Fourier sine series** of  $f(x)$ .  
[Tentukan perwakilan siri Fourier sine bagi  $f(x)$ ].

(100/100)

2. (a) Consider the following function:  
[Pertimbangkan fungsi berikut:]

$$f(t) = \begin{cases} e^t; & t < 0 \\ e^{-t}; & t > 0 \end{cases} \quad (1)$$

Determine the **Fourier transform** of (1).  
[Tentukan transformasi Fourier bagi (1).]

(60/100)

- (b) The second definition of **Gamma function**,  $\Gamma(z)$  is given as:  
[Takrifan kedua bagi fungsi Gamma,  $\Gamma(z)$  diberikan sebagai:]

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} x^{z-1} e^{-x} dx; \quad z > 0$$

Using this definition, evaluate:  
[Dengan menggunakan takrifan ini, nilaikan:]

$$I = \int_0^1 x^2 \left( \ln \frac{1}{x} \right) dx$$

(40/100)

3. (a) Determine the **inverse Laplace transform** of the given function:  
[Tentukan songsangan transformasi Laplace bagi fungsi yang diberikan:]

$$F(s) = \frac{s^3 + 7s^2 + 16s + 13}{(s^2 + 4s + 4)(s^2 + 2s + 1)}$$

(50/100)

- (b) Solve the following initial value problem using the **Laplace transform technique**:  
[Selesaikan masalah nilai awal yang berikut menggunakan kaedah transformasi Laplace:]

$$y'' + 2y' + y = t e^{-2t}; \quad y = y(t); \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

You may use the result obtained from part (a).  
[Anda boleh gunakan jawapan yang diperolehi dari bahagian (a).]

(40/100)

- (c) Using Rodrigues' formula:  
[Dengan menggunakan Formula Rodrigue:]

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2 - 1)^l$$

.../4-

determine:  $P_2(x)$   
[tentukan:]

(10/100)

4. Consider the following 1-D **wave equation** in Cartesian coordinates:  
[Pertimbangkan persamaan gelombang 1-D dalam koordinat Cartesian yang berikut:]

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}; \quad u = u(x,t); \quad c = 2; \quad 0 < x < 2; \quad t > 0$$

With the given boundary conditions:  $u(0,t) = 0; \quad u(2,t) = 0; \quad t > 0$   
[Dengan syarat-syarat sempadan yang diberi:]

and the following initial conditions:  $u_t(x,0) = 0; \quad u(x,0) = f(x) = 2 \sin(2\pi x)$   
[dan syarat-syarat awal yang berikut:]

Determine the solution of the above 1-D wave equation, using the separation of variables technique. Show details of your work.

[Tentukan penyelesaian bagi persamaan gelombang 1-D di atas menggunakan kaedah pembolehubah terpisahkan. Tunjukkan jalan kerja anda.]

(100/100)

5. Consider the following 2-D **Laplace equation** in Cartesian coordinates:  
[Pertimbangkan persamaan Laplace 2-D dalam koordinat Cartesian yang berikut:]

$$u_{xx} + u_{yy} = 0; \quad u = u(x,y) \tag{2}$$

With the following boundary conditions, determine the solution of Equation (2) using the **separation of variables method**. Show details of your work.

[Dengan syarat-syarat sempadan yang diberikan di bawah, tentukan penyelesaian bagi persamaan (2). Tunjukkan jalan kerja anda.]

$$u(0,y) = 0; \quad u(24,y) = 0;$$

$$u(x,0) = 0; \quad u(x,24) = 20;$$

(100/100)

## Lampiran

Table of Laplace transform

$f(t)$	$L\{f(t)\} = F(s)$
$c$	$\frac{c}{s}$
$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$
$te^{at}$	$\frac{1}{(s-a)^2}$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$e^{at} \sin(kt)$	$\frac{k}{(s-a)^2+k^2}$
$e^{at} \cos(kt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+k^2}$