

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2001/2002

September 2001

ESA 201 – Proses Rawak Kejuruteraan

Masa : [3 Jam]

ARAHAN KEPADA CALON :

1. Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM (6) mukasurat bercetak dan TUJUH (7) soalan.
2. Anda dikehendaki menjawab LIMA (5) soalan sahaja.
3. Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan.
4. Jawab semua soalan dalam Bahasa Melayu.
5. Mesin kira bukan yang boleh diprogram boleh digunakan.

1. (a) Katakan X ialah pembolehubah rawak kedudukan kewangan kontraktor sebuah syarikat binaan, dan Y ialah pembolehubah rawak kekuatan pekerjaanya. Fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum bagi dua pembolehubah rawak ini diberi sebagai,

$$f(x, y) = \begin{cases} kxy & , 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x \\ 0 & , \text{lain-lain.} \end{cases}$$

k adalah sebarang malar.

Tentukan,

- (i) nilai k ;
- (ii) taburan marginal bagi X dan Y ; dan
- (iii) tunjukkan bahawa kedua-dua pembolehubah tersebut adalah bersandar antara satu sama lain.

(8 markah)

- (b) Semua pelajar kejuruteraan aeroangkasa mesti mengambil dua jenis peperiksaan, iaitu peperiksaan makmal dan peperiksaan teori. Katakan L ialah bilangan kertas peperiksaan makmal yang lulus dan T ialah bilangan kertas peperiksaan teori yang lulus. Taburan kebarangkalian, $P(L, T)$ adalah seperti di bawah berdasarkan kepada keputusan yang diperolehi pada peperiksaan tahun lepas.

$T \setminus L$	0	1	2	3
0	0.1	0.1	0	0
1	0.1	0.1	0.1	0
2	0.1	0.1	k	$2k$

k adalah sebarang nilai malar.

Tentukan,

- (i) nilai k ;
- (ii) taburan marginal bagi L dan T ;
- (iii) nilai min dan varians bagi L ;
- (iv) kebarangkalian pelajar lulus tiga atau empat peperiksaan;
- (v) kebarangkalian seorang pelajar lulus dua peperiksaan teori, jika diberi pelajar itu lulus 2 peperiksaan makmal.

(12 markah)

2. (a) Jika X dan Y ialah dua pembolehubah rawak diskrit dengan $P(x,y)$ ialah fungsi taburan kebarangkalian, nyata atau takrifkan fungsi marginal bagi X dan fungsi marginal bagi Y . Berikan juga takrifan bagi fungsi kebarangkalian bersyarat X diberi Y .
(5 markah)

- (b) Katakan C dan L ialah dua pembolehubah yang menunjukkan jumlah bahan kimia pepejal dan bahan cecair yang dijual dalam masa seminggu (satu unit adalah bersamaan dengan 10 kg). Dari rekod tiga tahun yang lepas, penjualan dua jenis bahan ini boleh dimodelkan sebagai fungsi dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian,

$$f(c,l) = \begin{cases} kc(1+3l^2) & , 0 \leq c \leq 2, 0 \leq l \leq 1 \\ 0 & , \text{lain-lain.} \end{cases}$$

k adalah sebarang nilai malar.

- (i) Apakah jenis pembolehubah C dan L itu ?;
- (ii) Tentukan nilai k ;
- (iii) Dapatkan fungsi marginal bagi C ;
- (iv) Carilah nilai min dan varians bagi L ;
- (v) Apakah kebarangkalian jumlah bahan kimia pepejal dijual kurang daripada 10 kg dan jumlah bahan cecair dijual kurang daripada 5 kg dalam masa seminggu.
- (vi) Adakah jumlah bahan kimia pepejal dan bahan cecair itu bebas?. Jika ya, jelaskan jawapan anda?.

(15 markah)

3. (a) Takrifkan proses rawak diskrit, $X(t)$ yang merupakan proses Markov.
Jika P_{ij} ialah matriks peralihan bagi proses Markov, nyatakan dua ciri penting bagi matriks tersebut.

(8 markah)

- (b) Pergerakan mikro-satelit pertama Malaysia, Tiungsat yang sekarang berada di orbit LEO adalah dengan keadaan, $S = \{-1, -2, 0, 1, 2\}$. Jika pada masa t , satelit itu berada pada keadaan $i \{i = -1, 0, 1\}$, maka pada masa $t+1$, satelit itu akan berada pada keadaan $i-1$ atau $i+1$ dengan kebarangkalian yang sama. Tetapi jika pada masa t satelit itu berada pada keadaan -2 atau 2 , maka pada masa $t+1$, satelit akan berada pada keadaan $-1, 0$, atau 1 juga dengan kebarangkalian yang sama.

...4/

Jika pergerakan satelit itu adalah mengikut proses Markov,

- (i) Tulis matrik peralihan bagi pergerakan satelit itu;
- (ii) Jika pada satu masa tertentu, satelit berada pada kedudukan $(0.2, 0.2, 0.0, 0.3, 0.3)$, apakah kebarangkalian satelit itu akan berada pada keadaan 1 pada masa $t = 3$?;
- (iii) Tentukan taburan keseimbangan pergerakan satelit Tiungsat itu di orbit LEO.

(12 markah)

4. (a) Katakan $X(t) = K(\sin wt + T)$ ialah satu proses rawak selanjur dengan w adalah satu nilai malar dan K dan T ialah dua pembolehubah rawak bebas. K tertabur secara seragam dari 10 ke 20, dan T tertabur seragam dari 0 to π . Tentukan nilai jangkaan bagi proses rawak tersebut.

(8 markah)

- (b) Sistem komunikasi bagi sebuah pesawat adalah mengikut proses Markov dengan matriks peralihan,

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} r & w & s \end{matrix} \\ \begin{matrix} r \\ w \\ s \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.50 & 0.25 & 0.25 \\ 0.50 & 0.00 & 0.50 \\ 0.25 & 0.25 & 0.50 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

r menunjukkan mesej diterima dari stesen bumi, s menunjukkan mesej dihantar ke stesen bumi dan w menunjukkan isyarat sedang menunggu mesej dari stesen bumi.

- (i) Jika pada satu masa tertentu, sistem komunikasi itu berada pada kedudukan $(0.4, 0.3, 0.3)$, apakah kebarangkalian sistem itu berada pada keadaan mesej dihantar ke stesen bumi selepas masa, $t = 3$; dan
- (ii) Tentukan taburan keseimbangan bagi proses sistem komunikasi pesawat tersebut.

(12 markah)

5. (a) Katakan $X(t)$ ialah proses rawak selanjar. Berikan dua syarat penting yang membolehkan proses rawak itu menjadi pegun secara meluas.

(8 markah)

- (b) Katakan satu proses rawak diberi sebagai,

$$X(t) = Ae^{-|t|}$$

A ialah pembolehubah rawak dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian,

$$f(A) = \begin{cases} k & , -1 \leq A \leq 1 \\ 0 & , \text{lain-lain nilai} \end{cases}$$

- (i) Adakah proses rawak di atas diskrit atau selanjar?; Jelaskan.
 (ii) Tentukan sama ada proses rawak itu pegun secara meluas atau tidak?. Bukti dan jelaskan jawapan anda.

(12 markah)

6. (a) Katakan $X(t)$ dan $Y(t)$ ialah dua proses rawak selanjar dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum, $f(x,y)$.

- (i) Takrifkan korelasi silang dua proses rawak itu;
 (ii) Apakah yang berlaku kepada proses rawak itu jika fungsi korelasi silangnya adalah sifar; dan
 (iii) Apakah yang berlaku kepada proses rawak itu jika fungsi korelasi silangnya adalah malar.

(8 markah)

- (b) Katakan $X(t) = 3\cos(\omega t + \theta)$ dan $Y(t) = 2\cos(\omega t + \theta + \varphi)$ ialah dua proses rawak pegun secara meluas, dengan θ ialah pembolehubah rawak tertabur secara seragam dari 0 ke 2π dan φ adalah malar.

- (i) Dapatkan fungsi korelasi silang di antara $X(t)$ dan $Y(t)$; dan
 (ii) Carilah nilai φ supaya $X(t)$ dan $Y(t)$ adalah orthogonal.

(12 markah)

...6/

7. (a) Dapatkan taburan keseimbangan bagi proses Markov dengan matriks peralihan seperti yang berikut,

$$P = \begin{bmatrix} 1-\alpha & \alpha \\ \beta & 1-\beta \end{bmatrix}$$

dengan $0 < \alpha < 1$ dan $0 < \beta < 1$.

(8 markah)

- (b) Proses rawak bagi suatu sistem kawalan di stesen bumi adalah dalam bentuk yang berikut,

$$X(t) = k \cos(\omega t + \theta)$$

dengan k dan ω adalah malar dan θ ialah satu pembolehubah rawak dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian,

$$f(\theta) = \begin{cases} h & , -\pi \leq \theta \leq \pi \\ 0 & , \text{lain-lain nilai} \end{cases}$$

- (i) Dapatkan fungsi auto-korelasi bagi proses rawak tersebut; dan
- (ii) Tentukan apakah kuasa purata bagi proses itu?.

(12 markah)

oooOOOooo