



UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

**Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2000/2001**

September/Oktober 2000

ESA 201 – Proses Rawak Kejuruteraan Aeroangkasa

Masa : [3 Jam]

ARAHAN KEPADA CALON :

1. Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA (5)** mukasurat bercetak dan **ENAM (6)** soalan.
2. Jawab **LIMA (5)** soalan sahaja.
3. Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan.
4. Jawab semua soalan dalam Bahasa Melayu.
5. Mesin kira boleh digunakan.

-2-

1. (a) Jika $f(x,y)$ ialah fungsi kebarangkalian bercantum bagi dua pembolehubah rawak selanjar, X dan Y , nyatakan dua ciri penting bagi fungsi tersebut. Seterusnya takrifkan juga fungsi kebarangkalian sut bagi X .

[5 markah]

- (b) Katakan X dan Y ialah dua pembolehubah rawak yang menunjukkan tekanan dan kelajuan sebuah pesawat di udara pada satu masa tertentu. Fungsi bercantum X dan Y diberi sebagai,

$$f(x,y) = \begin{cases} 2k & , \quad |x| < y, \quad 0 < y < 1 \\ 0 & , \quad \text{nilai lain} \end{cases}$$

dan k ialah sebarang nilai malar.
Carilah,

- (i) nilai k supaya $f(x,y)$ adalah benar-benar fungsi kebarangkalian bercantum;
- (ii) fungsi sut bagi kelajuan pesawat ;
- (iii) min dan varians bagi kelajuan pesawat;
- (iv) jika diberi min bagi tekanan adalah sifar, dapatkan kovarians bagi tekanan dan kelajuan pesawat. Adakah tekanan dan kelajuan merupakan dua pembolehubah bebas?. Berikan alasan anda.
- (v) kebarangkalian tekanan melebihi 0.5psi diberi kelajuan pesawat pada masa itu 0.75km/s.

[15 markah]

2. (a) Jika $f(x,y)$ ialah fungsi kebarangkalian bercantum bagi dua pembolehubah rawak diskrit, X dan Y , takrifkan fungsi kebarangkalian sut bagi X dan fungsi kebarangkalian sut bagi Y . Takrifkan juga fungsi kebarangkalian Y diberi X dan nyatakan bagaimana perhubungannya jika X dan Y itu adalah dua pembolehubah rawak bebas.

[5 markah]

- (b) Katakan X ialah bilangan penerbangan pesawat MAS Boeing 737 dari KLIA ke Kuching, Sarawak dan Y ialah bilangan kerosakan enjin yang berlaku pada pesawat tersebut. Fungsi bercantum X dan Y diberi sebagai,

$$f(x,y) = k + 0.01x + 0.04y \quad \text{bagi } x = 0,1,2,3,4 \text{ dan } y = 0,1$$

dan k adalah sebarang nilai malar.

.../3

Carilah,

- (i) nilai k supaya $f(x,y)$ benar-benar fungsi kebarangkalian;
- (ii) fungsi sut bagi bilangan penerbangan dan fungsi sut bagi bilangan kerosakan;
- (iii) min bagi bilangan penerbangan dan min bagi bilangan kerosakan;
- (iv) kovarians bagi X dan Y ;
- (v) kebarangkalian bilangan penerbangan tidak kurang daripada 2 kali diberi bilangan kerosakan hanya sekali sahaja.

[15 markah]

3. (a) Berikan takrifan bagi suatu proses rawak, $X(t)$, yang dikatakan proses Markov. Adakah proses ini selanjut atau diskrit?

Jika P_{ij} ialah suatu matriks peralihan, berikan takrifan dan nyatakan dua sifat matriks peralihan tersebut.

[5 markah]

- (b) Katakan pergerakan sebuah satelit yang mempunyai beban bayar 150kg. di orbit GEO mengikut proses rawak perjalanan mudah dengan kedudukan satelit tersebut mungkin berada pada keadaan $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Jika pada masa t , satelit itu berada pada keadaan i ($i = -1, 0, 1$), maka pada masa $t+1$, satelit itu akan berada pada keadaan $i-1$ atau $i+1$ dengan kebarangkalian yang sama. Jika pada masa t , satelit itu berada pada keadaan -2 atau 2 , maka pada masa $t+1$, satelit itu mungkin akan berada pada keadaan $-1, 0$, atau 1 juga dengan kebarangkalian yang sama.

- (i) Tentukan matriks peralihan bagi proses rawak tersebut;
- (ii) Jika pada masa tertentu, satelit itu berada pada keadaan $(0.2, 0.2, 0, 0.3, 0.3)$, tentukan kebarangkalian satelit itu berada pada masa $t=3$;
- (iii) Tentukan taburan keseimbangan satelit itu di orbit.

[15 markah]

4. (a) Jika $P_j^{(t)} = p(X_t = j)$ ialah kebarangkalian proses berada dalam keadaan j pada masa t dan $\underline{P}^{(t)}$ ialah taburan kebarangkalian keadaan yang dihuni pada masa t , tunjukkan bahawa $\underline{P}^{(t)} = \underline{P}^{(0)} \underline{P}^t$, $\forall t \geq 0$, dengan $\underline{P}^{(0)}$ ialah taburan awal dan \underline{P} ialah matriks peralihan.

[5 markah]

.../4

- (b) Mengikut ahli Psikologi, seorang Jurutera Aeroangkasa yang bertanggungjawab merekabenuk sebuah kapal angkasa Malaysia yang pertama MYSAT akan berubah perasaan terhadap keluarganya dalam keadaan 0: *ceria*, 1: *pendiam* dan 2: *marah*, bergantung kepada bebanannya semasa bekerja. Perasaan Jurutera ini diperhatikan oleh ahli Psikolgi pada satu tempoh tertentu dan ia mendapati matriks peralihan perasaan Jurutera tersebut adalah seperti yang berikut:

$$P = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 \\ 0.0 & 0.3 & 0.7 \end{bmatrix}$$

Tentukan taburan keseimbangan bagi keadaan perasaan jurutera tersebut pada satu tempoh yang tak terhingga.

[15 markah]

5. (a) Jika $X(t)$ dan $X(s)$ ialah dua proses rawak selanjur yang tak bersandar dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian masing-masing $f(X(t))$ dan $f(X(s))$, berikan takrifan yang berikut:

- (i) min $X(t)$, $\mu(t)$;
- (ii) min $X(s)$, $\mu(s)$;
- (iii) autokorelasi, $R_X(t, s)$;
- (iv) autokovarians, $Cov_X(t, s)$;
- (v) pekali korelasi, $\rho_X(t, s)$.

[5 markah]

- (b) Katakan $X(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta)$ ialah suatu proses rawak dengan A dan ω_0 adalah sebarang nilai malar, dan θ ialah satu pembolehubah rawak tertabur secara seragam dengan fungsi,

$$f(\theta) = \begin{cases} k & , 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ 0 & , \text{nilai lain} \end{cases}$$

- (i) Proses rawak ini ialah suatu proses diskrit atau selanjur?;
- (ii) Tentukan nilai k supaya $f(\theta)$ benar-benar fungsi ketumpatan kebarangkalian;

.../5

- (iii) Tunjukkan bahawa proses rawak tersebut adalah suatu proses rawak pegun secara meluas;
- (iv) Tentukan juga autokovarians dan pekali korelasi proses rawak $X(t)$;
- (v) Apakah kuasa purata proses rawak tersebut?.

[15 markah]

6. (a) Jika $X(t)$ ialah satu proses rawak selanjar pegun secara meluas, nyatakan,

- (i) $\min X(t)$;
- (ii) autokorelasi $X(t)$;
- (iii) autokovarians $X(t)$;
- (iv) pekali korelasi $X(t)$.

[5 markah]

(b) Katakan $X(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta)$ ialah suatu proses rawak dengan ω_0 adalah sebarang nilai malar, A dan θ ialah dua pembolehubah rawak bebas. Pembolehubah rawak A tertabur secara seragam dari 0 ke 10 dan pembolehubah rawak θ tertabur secara seragam dari 0 ke π .

- (i) Proses rawak ini ialah suatu proses diskrit atau selanjar?;
- (ii) Tentukan sama ada proses rawak tersebut adalah suatu proses rawak pegun secara meluas atau tidak?;
- (iii) Tentukan juga fungsi autokorelasi bagi proses tersebut;
- (iv) Seterusnya, dapatkan kuasa purata proses rawak tersebut?.

[15 markah]