
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2003/2004
*First Semester Examination
2003/2004 Academic Session*

September/Oktober
September/October

ESA201/3 – Proses Rawak Kejuruteraan
(Random Process in Engineering)

Masa : 3 jam
Hour : [3 hours]

ARAHAN KEPADA CALON :
INSTRUCTION TO CANDIDATES:

Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **LIMA** mukasurat bercetak dan **TUJUH** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan.
*Please ensure that this paper contains **FIVE** printed pages and **SEVEN** questions before you begin examination.*

Sila jawab **LIMA** soalan sahaja.
*Answer **FIVE** questions only.*

Calon boleh menjawab semua soalan dalam Bahasa Malaysia. Sekiranya calon ingin menjawab dalam Bahasa Inggeris, sekurang-kurangnya satu soalan perlu dijawab dalam Bahasa Malaysia.
Student may answer all the questions in Bahasa Malaysia. If you want to answer in English, at least one question must be answered in Bahasa Malaysia.

Setiap soalan mestilah dimulakan pada mukasurat yang baru.
Each questions must begin from a new page.

- S1. [a] Tempoh masa kemalangan pesawat yang mungkin berlaku, K dan tempoh masa penerbangan, L adalah dua pembolehubah selanjur dengan fungsi kebarangkalian bercantumnya diberi sebagai,

$$f(k,l) = \begin{cases} \alpha kl & , 0 \leq k \leq 1, 0 \leq l \leq k \\ 0 & , \text{lain-lain.} \end{cases}$$

α adalah sebarang nilai malar.

Tentukan,

- (i) nilai α ;
- (ii) fungsi marginal bagi K dan fungsi marginal bagi L ; dan
- (iii) tunjukkan bahawa kedua-dua pembolehubah tersebut adalah bersandar antara satu sama lain.

(8 markah)

- [b] Pelajar yang mengambil kursus Proses Rawak Kejuruteraan perlu lulus dalam kerja kursus yang diberikan dalam bentuk tugas dan ujian. Katakan D ialah pembolehubah bilangan ujian yang lulus dan E ialah pembolehubah tugas yang dihantar. Taburan kebarangkalian bercantum bagi kedua-dua pembolehubah, $P(D=d, E=e)$ berdasarkan keputusan kerja kursus adalah seperti dalam jadual di bawah:

$D \setminus E$	0	1	2	3
0	k	0.1	0	0
1	0.1	k	0.1	0
2	0.1	0.1	k	$2k$

k adalah sebarang nilai malar.

Tentukan,

- (i) nilai k ;
- (ii) taburan fungsi marginal bagi D dan fungsi marginal bagi E ;
- (iii) min dan varians bagi D ;
- (iv) kebarangkalian pelajar lulus sekurang-kurangnya dua ujian dan menghantar dua tugas;
- (v) kebarangkalian seorang pelajar itu lulus dua ujian, jika diberi pelajar itu menghantar dua tugas.

(12 markah)

- S2. [a] Jika M dan N ialah dua pembolehubah diskrit dan $P(M=m, N=n)$ ialah fungsi kebarangkalian bercantum, nyata atau takrifkan fungsi taburan marginal bagi M dan N . Berikan juga takrifan bagi fungsi kebarangkalian bersyarat M diberi N .

(5 markah)

- [b] Katakan P dan S ialah dua pembolehubah rawak yang menunjukkan tekanan dan kelajuan sebuah pesawat di udara pada suatu masa yang tertentu. Fungsi kebarangkalian bercantum bagi kedua-dua pembolehubah ini diberi sebagai,

$$f(p, s) = \begin{cases} k(p^2 + s^2) & , 0 \leq p \leq 1, 0 \leq s \leq 1 \\ 0 & , \text{lain-lain.} \end{cases}$$

k adalah sebarang nilai malar.

Tentukan,

- (i) nilai k ;
- (ii) fungsi marginal bagi tekanan dan fungsi marginal bagi kelajuan pesawat;
- (iii) min dan varians bagi tekanan dan kelajuan pesawat;
- (iv) kebarangkalian tekanan melebihi 0.5psi dan kelajuan melebihi 05km/s; dan
- (v) kebarangkalian tekanan melebihi 0.5psi jika diberikan kelajuan pesawat pada masa itu ialah 0.75km/s.

(15 markah)

- S3. [a] Katakan $X(t) = A(\cos wt + V)$ adalah proses rawak selanjur dengan w adalah malar dan A dan V adalah dua pembolehubah bebas. Pembolehubah rawak A tertabur secara seragam dari 5 ke 10, manakala pembolehubah rawak V tertabur secara seragam dari $-\pi$ ke π . Tentukan nilai min bagi proses tersebut.

(8 markah)

- [b] Katakan suatu sistem peralatan komunikasi dalam sebuah pesawat mengikut satu proses Markov dengan matriks peralihannya seperti yang berikut,

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} t & h & b \end{matrix} \\ \begin{matrix} t \\ h \\ b \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.50 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.50 \\ 0.50 & 0.00 & 0.50 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Katakan t menunjukkan pesawat menerima mesej dari stesen bumi, h menunjukkan pesawat menghantar mesej ke stesen bumi manakala b menunjukkan pesawat sedang menunggu mesej dari stesen bumi.

- (i) Jika pada masa tertentu, sistem komunikasi pesawat itu dalam keadaan $(0.3, 0.4, 0.3)$, apakah kebarangkalian sistem komunikasi itu berada pada keadaan mesej diterima dari stesen bumi selepas, $t = 3$? ; dan
- (ii) Tentukan taburan keseimbangan bagi proses rawak sistem komunikasi pesawat tersebut.

(12 markah)

S4. [a] Katakan $X(t)$ ialah satu proses rawak selanjar dalam satu sistem kejuruteraan dengan fungsi kebarangkalian $f(x(t))$. Berikan takrifan yang berikut:

- (i) min bagi $X(t)$; dan
- (ii) korelasi bagi $X(t)$ pada $t=r$ dan $t=s$.

(5 markah)

[b] Katakan $X(t) = A \sin(\omega t + \theta)$ ialah satu proses rawak dengan A dan ω adalah malar dan θ tertabur secara seragam dari $-\pi$ ke π .

- (i) Tunjukkan sama ada $X(t)$ itu adalah satu proses rawak pegun meluas atau tidak?;
- (ii) Tentukan nilai min kuasa dua bagi proses rawak tersebut;
- (iii) Tentukan juga fungsi ketumpatan kuasa spektrum bagi proses rawak itu.

(15 markah)

S5. [a] Katakan $X(t)$ ialah suatu proses rawak selanjar. Berikan dua syarat penting yang membolehkan proses rawak itu menjadi pegun secara meluas.

(8 markah)

[b] Katakan suatu proses rawak, $X(t)$ yang pegun secara meluas mempunyai fungsi korelasi,

$$X(t) = A \exp(-|t|)$$

A ialah pembolehubah rawak dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian,

$$f(A) = \begin{cases} k & , -5 \leq A \leq 5 \\ 0 & , \text{lain-lain nilai} \end{cases}$$

k adalah sebarang nilai malar.

Tentukan sama ada proses rawak itu pegun secara meluas atau tidak?. Berikan bukti dan jelaskan jawapan anda.

(12 markah)

S6. [a] Takrifkan proses rawak diskrit, $X(t)$ yang dikenali sebagai proses Markov. Jika P_{ij} ialah matriks peralihan bagi proses Markov, nyatakan dua ciri penting bagi matriks tersebut.

(8 markah)

- [b] Pergerakan dan kedudukan mikro-satelit pertama Malaysia, Tiungsat di orbit LEO telah diperhatikan dan dikaji oleh sekumpulan penyelidik di Pusat Pengajian Kejuruteraan Aeroangkasa. Pada satu masa tertentu kedudukan satelit itu berada dalam keadaan, $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Jika pada masa t , satelit itu berada pada keadaan $i - 1$ atau $i + 1$, maka pada masa $t+1$, satelit itu akan berada pada keadaan, $i \in \{-1, 0, 1\}$. Tetapi jika pada masa t satelit itu berada pada keadaan -2 atau 2 , maka pada masa $t+1$, satelit itu akan berada pada keadaan $-1, 0$, atau 1 dengan kebarangkalian yang sama. Jika pergerakan satelit adalah mengikut proses Markov,

- (i) Tulis matriks peralihan bagi pergerakan satelit itu;
- (ii) Jika pada satu masa tertentu, satelit itu berada pada keadaan $(0.3, 0.3, 0.0, 0.2, 0.2)$, apakah kebarangkalian satelit itu akan berada pada keadaan 3 pada masa $t = 3$? ; dan
- (iii) Seterusnya tentukan taburan keseimbangan pergerakan satelit Tiungsat itu di orbit LEO.

(12 markah)

- S7. [a] Dapatkan taburan keseimbangan bagi suatu proses Markov yang mempunyai matriks peralihan seperti berikut,

$$P = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}$$

(8 markah)

- [b] Proses rawak bagi suatu sistem kawalan yang beroperasi di stesen bumi adalah dalam bentuk yang berikut,

$$X(t) = k \cos(\omega t + \theta)$$

dengan k dan ω adalah malar dan θ ialah satu pembolehubah rawak dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian,

$$f(\theta) = \begin{cases} h & , 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ 0 & , \text{lain-lain nilai} \end{cases}$$

- (i) Tentukan fungsi korelasi bagi proses sistem kawalan tersebut; dan
- (ii) Apakah purata kuasa bagi proses tersebut?.

(12 markah)