

SULIT



Second Semester Examination
2017/2018 Academic Session

May/June 2018

**EUM114 – Advanced Engineering Calculus
(Kalkulus Kejuruteraan Lanjutan)**

Duration : 3 hours
(Masa : 3 jam)

Please ensure that this examination paper consists of **EIGHT (8)** pages before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LAPAN (8)** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

Instructions: This question paper consists of **FOUR (4)** questions. Answer **ALL** questions. All questions carry the same marks.

[Arahan: Kertas soalan ini mengandungi **FOUR (4)** soalan. Jawab **SEMUA** soalan. Semua soalan membawa jumlah markah yang sama.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah digunapakai.]

...2/-

SULIT

1. (a) Consider the following functions with their interval.

Pertimbangkan fungsi-fungsi berikut dengan selang antara mereka.

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

- (i) Sketch a graph for the above functions.

Lakarkan graf untuk fungsi-fungsi di atas.

(3 marks/markah)

- (ii) Determine the Fourier series expansion of $f(x)$.

Tentukan kembangan siri Fourier $f(x)$.

(10 marks/markah)

- (b) Consider the function $f(t) = (\pi + t^2)$ that is to be represented by a Fourier series expansion over the interval $-\pi \leq t \leq \pi$ and $f(t) = f(t + 2\pi)$.

Pertimbangkan fungsi $f(t) = (\pi + t^2)$ yang diwakili oleh kembangan siri Fourier dalam selang $-\pi \leq t \leq \pi$ dan $f(t) = f(t + 2\pi)$.

- (i) Determine the Fourier series expansion.

Tentukan kembangan siri Fourier.

(7 marks/markah)

- (ii) By using your answer in (i), show that

Dengan menggunakan jawapan anda dalam (i), tunjukkan bahawa.

$$\frac{\pi^2}{3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{n+1}}{n^2}$$

(5 marks/markah)

2. (a) A string of length L is stretched and fastened to two fixed points. The displacement of the string is given as

Satu tali dengan panjang L diregang dan ditetapkan kedudukannya pada dua titik tetap. Sesaran tali diberikan sebagai

$$u(x, 0) = \begin{cases} x & 0 < x < \frac{L}{2} \\ L - x & \frac{L}{2} < x < L \end{cases}$$

The string is released with zero velocity. By applying the equation $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ with $c^2 = 1$ and using the separation of variable method, determine the subsequent motion $u(x, t)$.

Tali dilepaskan pada halaju sifar. Dengan menggunakan persamaan $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ dengan $c^2 = 1$ dan menggunakan kaedah pemisahan

pembolehubah, tentukan gerakan $u(x, t)$.

(12 marks/markah)

- (b) The initial temperature (at time $t = 0$) of a solid rod of 1 unit length can be described by the following initial conditions:

Suhu awal (pada masa $t = 0$) bagi satu pepejal rod dengan panjang 1 unit boleh dinyatakan dengan syarat awal berikut:

(i) $u(x, 0) = 0 \quad (0 \leq x < 1)$

(ii) $u(1, 0) = 1$

Over the time, the rod is subjected to the following boundary conditions:

Pada masa berikutnya, rod tersebut tertakluk kepada syarat sempadan berikut:

(iii) $u(0, t) = 0 \quad (t \geq 0)$

(iv) $u(1, t) = e^{-t} \quad (t \geq 0)$

By assuming the temperature variation within the rod satisfies the one dimensional heat equation, obtain the approximation values of temperature at various locations in the rod, $u(x,t)$, at time $t = 0.2$, giving your answers to 4 decimal points.

Use the explicit formula below with spacing $\Delta x = 0.2$ and $\Delta t = 0.05$.

$$u(x_i, t_{j+1}) = \lambda u(x_{i-1}, t_j) + (1 - 2\lambda)u(x_i, t_j) + \lambda u(x_{i+1}, t_j)$$

$$\text{Given } \lambda = c^2 \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}, \text{ where } c = \sqrt{0.32}$$

Dengan menganggap variasi suhu di dalam rod memuaskan persamaan haba satu dimensi, dapatkan anggaran nilai-nilai suhu di pelbagai lokasi di dalam rod, $u(x,t)$, pada masa $t = 0.2$, dengan memberikan jawapan anda tepat kepada 4 titik perpuluhan.

Gunakan formula tersurat di bawah dengan jarak $\Delta x = 0.2$ dan $\Delta t = 0.05$.

$$u(x_i, t_{j+1}) = \lambda u(x_{i-1}, t_j) + (1 - 2\lambda)u(x_i, t_j) + \lambda u(x_{i+1}, t_j)$$

$$\text{Diberi } \lambda = c^2 \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}, \text{ di mana } c = \sqrt{0.32}$$

(13 marks/markah)

3. (a) Evaluate $\int_x (y + z)dx + (x + z)dy + (x + y)dz$, given that x is the path $x(t) = (t, t^2, t^3)$ for $0 \leq t \leq 1$.

Nilaikan $\int_x (y + z)dx + (x + z)dy + (x + y)dz$, diberi bahawa x ialah laluan

$x(t) = (t, t^2, t^3)$ bagi $0 \leq t \leq 1$.

(3 marks/markah)

-5-

- (b) Find the work done by the force $F = (5x^2y^3)\mathbf{i} + (7x^3y^2)\mathbf{j}$ in moving a particle once around the triangle with vertices $(0, 0)$, $(3, 0)$ and $(0, 6)$ as in Figure 3.1.

Cari kerja yang dilakukan oleh daya $F = (5x^2y^3)\mathbf{i} + (7x^3y^2)\mathbf{j}$

dalam menggerakkan zarah sekeliling segitiga dengan simpang $(0, 0)$, $(3, 0)$ dan $(0, 6)$ seperti dalam Rajah 3.1.

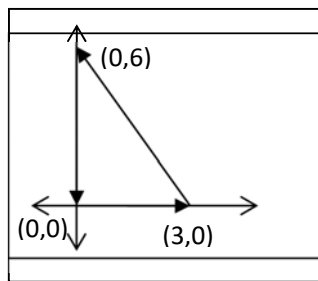


Figure 3.1

Rajah 3.1

(7 marks/markah)

- (c) Consider $\vec{F} = (2xy + \cos 2y)\mathbf{i} + (x^2 - 2x \sin 2y)\mathbf{j}$.

Pertimbangkan $\vec{F} = (2xy + \cos 2y)\mathbf{i} + (x^2 - 2x \sin 2y)\mathbf{j}$.

- (i) Determine whether \vec{F} is conservative.

Tentukan sama ada \vec{F} adalah konservatif.

(3 marks/markah)

- (ii) Find the potential function for \vec{F} .

Cari fungsi potensi bagi \vec{F} .

(4 marks/markah)

...6/-

-6-

- (d) A line integral is evaluated as $\oint_c \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 4\pi$ for a vector function $\mathbf{F} = (2x - y)\mathbf{i} - yz^2\mathbf{j} - y^2z\mathbf{k}$ acting on the curved surface S , where S is the upper half of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 2^2$ and c is its boundary with counter-clockwise direction viewed from the top, as shown in Figure 3.2 below. Use Stokes' theorem by evaluating the double integral to verify the given value of line integral.

Satu kamiran garis dinilai sebagai $\oint_c \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 4\pi$ untuk fungsi vektor $\mathbf{F} = (2x - y)\mathbf{i} - yz^2\mathbf{j} - y^2z\mathbf{k}$ yang bertindak pada permukaan melengkung S , di mana S adalah separuh atas dari bahagian sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2^2$ dan c ialah batasnya mengikut arah jam dari pandangan atas, seperti ditunjukkan dalam Rajah 3.2 di bawah. Gunakan teorem Stokes dengan menilai kamiran berganda untuk mengesahkan nilai yang diberikan oleh kamiran garis.

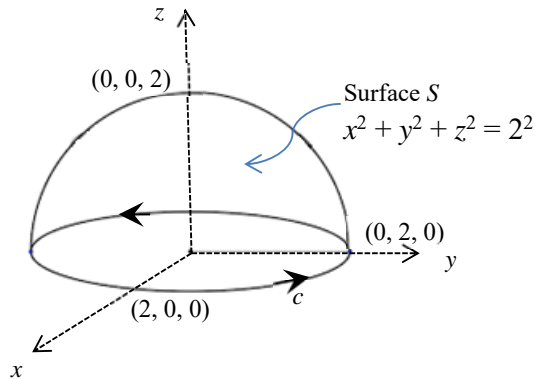


Figure 3.2

Rajah 3.2

(8 marks/markah)

...7/-

4. (a) Solve the following system of equations using inverse matrix method.

Selesaikan sistem persamaan berikut dengan menggunakan kaedah matriks songsang.

$$\begin{aligned}x + y + 2z &= 3 \\-2x + 3y + 4z &= -3 \\5x - 4y - z &= 13\end{aligned}$$

(3 marks/markah)

- (b) Show the factorization and solve the following equations by Doolittle's method.

Tunjukkan pemfaktorrannya dan selesaikan persamaan-persamaan berikut dengan menggunakan kaedah Doolittle.

$$\begin{aligned}3x_1 + 9x_2 + 6x_3 &= 4.6 \\18x_1 + 48x_2 + 39x_3 &= 27.2 \\9x_1 - 27x_2 + 42x_3 &= 9.0\end{aligned}$$

(7 marks/markah)

- (c) The following matrix A has $[1 \ 0 \ 1]^T$ as an eigenvector.

Matriks A berikut mempunyai vektor eigen $[1 \ 0 \ 1]^T$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & a \\ 0 & a & b \end{bmatrix}$$

- (i) Find the values of a and b .

Cari nilai-nilai a dan b .

(2 marks/markah)

-8-

- (ii) For these values of a and b , determine all the eigenvalues and corresponding eigenvectors of the matrix A .

Untuk nilai-nilai a dan b ini, tentukan semua nilai eigen dan vektor eigen sepadan bagi matriks A .

(5 marks/markah)

- (d) Solve for the following system of equations using Gauss-Seidel method.

Selesaikan sistem persamaan yang berikut menggunakan kaedah Gauss-Seidel.

$$4x_1 - x_2 = 22$$

$$4x_2 - x_3 = 13.4$$

$$-x_1 + 4x_3 = -2.4$$

Use $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ as the initial guess and conduct four (4) iterations. State the

final x values. The final answer must be in four decimal places.

Gunakan $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ sebagai tekaan awal dan jalankan empat (4) lelaran.

Nyatakan nilai-nilai akhir bagi x . Jawapan akhir perlu dinyatakan dalam empat titik perpuluhan.

(8 marks/markah)

-oooOooo-